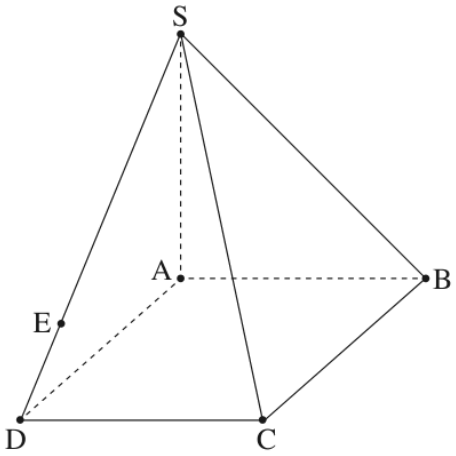
# וקטורים – כל השאלות עם פתרונות מלאים

הכנה לבגרות במתמטיקה – 5 יחידות, כיתה י"ב (שאלון 572) • 17 שאלות

## בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 2




**2.** בסרטוט שלפניכם פירמידה $SABCD$ שבסיסה $ABCD$ הוא ריבוע.

המקצוע $AS$ הוא גובה בפירמידה.

אורך המקצוע $AS$ שווה לאורך צלע הריבוע $ABCD$.

הנקודה $E$ נמצאת על המקצוע $SD$ כך ש־ $SE = \frac{3}{4} \cdot SD$.

הנקודה $N$ מקיימת: $\overrightarrow{SN} = k \cdot \overrightarrow{SC}$. $k$ הוא פרמטר.

נסמן: $\overrightarrow{AD} = \underline{u}$ , $\overrightarrow{AB} = \underline{v}$ , $\overrightarrow{AS} = \underline{w}$ ,

**א.** הביעו באמצעות $\underline{u}$ , $\underline{v}$ , $\underline{w}$ ו־ $k$ את הווקטור $\overrightarrow{EN}$.

נתון: $|\overrightarrow{EN}| = \frac{\sqrt{6}}{4} \cdot |\underline{w}|$.

**ב.** מצאו את הערך של $k$.

הציבו $k = \frac{1}{2}$, וענו על הסעיפים ג–ד.

ממקמים את הפירמידה במערכת צירים כך ש־ $A(0,0,0)$ , $B(0,12,0)$.

הקודקוד $D$ נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ $x$, והקודקוד $S$ נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ $z$.

**ג.** **(1)** מצאו את שיעורי הנקודות $N$ ו־ $E$.

**(2)** מצאו את משוואת המישור $ENB$.

**ד.** האם נפח הפירמידה $SENB$ גדול מנפח הפירמידה $CENB$, קטן ממנו או שווה לו? נמקו את תשובתכם.

### פתרון מלא

**סעיף א**

נביע את $\underline{AE}$ ואת $\underline{AN}$, ואז $\underline{EN} = \underline{AN} - \underline{AE}$.

**הנקודה $E$:** $\underline{SD} = \underline{AD} - \underline{AS} = \underline{u} - \underline{w}$, ולכן:

$$\underline{AE} = \underline{AS} + \frac{3}{4}\underline{SD}$$
$$= \underline{w} + \frac{3}{4}(\underline{u} - \underline{w})$$
$$= \frac{3}{4}\underline{u} + \frac{1}{4}\underline{w}$$

**הנקודה $N$:** $\underline{AC} = \underline{u} + \underline{v}$ ($ABCD$ ריבוע), ולכן $\underline{SC} = \underline{u} + \underline{v} - \underline{w}$:

$$\underline{AN} = \underline{AS} + k\,\underline{SC}$$
$$= k\underline{u} + k\underline{v} + (1-k)\underline{w}$$

**ההפרש:**

$$\underline{EN} = \underline{AN} - \underline{AE}$$
$$= \left(k - \frac{3}{4}\right)\underline{u} + k\underline{v}$$

$$+\left(\frac{3}{4}-k\right)\underline{w}$$

**תשובה:** $\underline{EN}=\left(k-\frac{3}{4}\right)\underline{u}+k\underline{v}+\left(\frac{3}{4}-k\right)\underline{w}$

**סעיף ב**

נסמן $|\underline{w}|=|\underline{v}|=|\underline{u}|=a$ ($AS$ שווה לצלע הריבוע). שלושת הווקטורים מאונכים זה לזה ($ABCD$ ריבוע ו־$AS$ גובה), ולכן כל המכפלות הסקלריות המעורבות מתאפסות, ונשארים רק הריבועים:

$$|\underline{EN}|^2=a^2\Big[\left(k-\tfrac{3}{4}\right)^2+k^2+\left(\tfrac{3}{4}-k\right)^2\Big]$$

מהנתון $|\underline{EN}|=\frac{\sqrt{6}}{4}|\underline{w}|$:

$$|\underline{EN}|^2=\frac{6}{16}a^2$$

נחלק ב־$a^2$:

$$2\left(k-\frac{3}{4}\right)^2+k^2=\frac{3}{8}$$
$$2k^2-3k+\frac{9}{8}+k^2=\frac{3}{8}$$
$$3k^2-3k+\frac{3}{4}=0$$
$$k^2-k+\frac{1}{4}=0$$
$$\left(k-\frac{1}{2}\right)^2=0$$

**תשובה:** $k=\frac{1}{2}$

**סעיף ג (1)**

$AB=12$, ולכן כל המקצועות $AB, AD, AS$ שווים ל־12:

$$D(12,0,0),\ S(0,0,12)$$
$$C(12,12,0)$$

לפי סעיף א, $\underline{AE}=\frac{3}{4}\underline{u}+\frac{1}{4}\underline{w}$, כאשר $\underline{u}=(12,0,0)$ ו־$\underline{w}=(0,0,12)$:

$$E=(9,\ 0,\ 3)$$

עבור $k=\frac{1}{2}$ הנקודה $N$ היא אמצע $SC$:

$$N=\left(\frac{0+12}{2},\frac{0+12}{2},\frac{12+0}{2}\right)$$
$$N=(6,\ 6,\ 6)$$

**תשובה:** $E(9,0,3)$, $N(6,6,6)$

**סעיף ג (2)**

שני וקטורים במישור:

$$\underline{EN}=(-3,\ 6,\ 3)$$

$$\underline{EB} = (-9,\ 12,\ -3)$$

נחפש נורמל $\underline{n} = (n_1, n_2, n_3)$ המאונך לשניהם:

$$-3n_1 + 6n_2 + 3n_3 = 0$$
$$-9n_1 + 12n_2 - 3n_3 = 0$$

נחבר את שתי המשוואות:

$$-12n_1 + 18n_2 = 0 \ \Rightarrow\ n_2 = \tfrac{2}{3}n_1$$

נבחר $n_1 = 3$, ואז $n_2 = 2$. נציב במשוואה הראשונה:

$$-9 + 12 + 3n_3 = 0 \ \Rightarrow\ n_3 = -1$$
$$\underline{n} = (3,\ 2,\ -1)$$

משוואת המישור היא מהצורה:

$$3x + 2y - z + d = 0$$

נציב את הנקודה $B(0, 12, 0)$:

$$24 + d = 0 \ \Rightarrow\ d = -24$$
$$3x + 2y - z - 24 = 0$$

בדיקה בנקודות $E$ ו־$N$:

$$27 + 0 - 3 - 24 = 0 \ \checkmark$$
$$18 + 12 - 6 - 24 = 0 \ \checkmark$$

**תשובה:** $3x + 2y - z - 24 = 0$

**סעיף ד**

לשתי הפירמידות $SENB$ ו־$CENB$ יש אותו בסיס – המשולש $ENB$. לכן היחס בין הנפחים הוא היחס בין הגבהים, כלומר בין המרחקים של $S$ ושל $C$ מהמישור $ENB$.

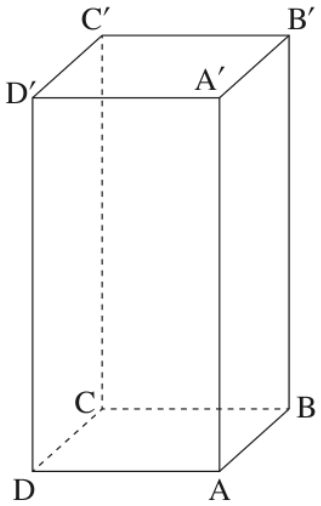
נחשב את המרחקים לפי נוסחת המרחק של נקודה ממישור:

$$d_S = \frac{|0 + 0 - 12 - 24|}{\sqrt{9 + 4 + 1}} = \frac{36}{\sqrt{14}}$$
$$d_C = \frac{|36 + 24 - 0 - 24|}{\sqrt{14}} = \frac{36}{\sqrt{14}}$$

המרחקים שווים (וזה צפוי: המישור עובר דרך $N$, אמצע הקטע $SC$), ולכן הנפחים שווים.

**תשובה: הנפחים שווים: בסיס משותף $ENB$, והמרחקים של $S$ ושל $C$ מהמישור שווים ($\frac{36}{\sqrt{14}}$).**

## בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד א' • שאלה 2




**2.** בסרטוט שלפניכם תיבה $ABCDA'B'C'D'$.

נסמן: $\overrightarrow{AD}=\underline{u}$ , $\overrightarrow{AB}=\underline{v}$ , $\overrightarrow{AA'}=\underline{w}$.

הנקודה E היא אמצע המקצוע $BB'$.

**א.** הביעו את $\overrightarrow{EA}$ ו־ $\overrightarrow{EC}$ באמצעות $\underline{u}$ , $\underline{v}$ ו־ $\underline{w}$.

הנקודה M מקיימת $\overrightarrow{BM}=\frac{1}{6}\underline{u}-\frac{2}{3}\underline{v}+\frac{1}{12}\underline{w}$.

**ב.** הביעו את $\overrightarrow{EM}$ באמצעות $\underline{u}$ , $\underline{v}$ ו־ $\underline{w}$.

נתון: $\overrightarrow{EM}=a\cdot\overrightarrow{EA}+b\cdot\overrightarrow{EC}$.

a ו־ b הם פרמטרים.

**ג.** **(1)** מצאו את הערך של a ואת הערך של b.

**(2)** האם הנקודה M נמצאת במישור AEC ? נמקו את תשובתכם.

נתון כי $|\underline{w}|=4$ והווקטור $\overrightarrow{BM}$ מאונך למישור AEC.

**ד.** מצאו את הערך של $|\underline{u}|$ ואת הערך של $|\underline{v}|$.

**ה.** חשבו את המרחק בין הנקודה B ובין המישור AEC.

### פתרון מלא

---

**סעיף א**

נלך מ־$E$ לאורך מקצועות התיבה. $E$ אמצע $BB'$, ולכן $\overrightarrow{EB}=-\frac{1}{2}\underline{w}$ (כי $\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{AA'}=\underline{w}$).

$$\overrightarrow{EA}=\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{BA}$$
$$=-\tfrac{1}{2}\underline{w}-\underline{v}$$

ב־$ABCD$ מתקיים $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}=\underline{u}$, ולכן:

$$\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{BC}$$
$$=-\tfrac{1}{2}\underline{w}+\underline{u}$$

**תשובה:** $\overrightarrow{EA}=-\underline{v}-\frac{1}{2}\underline{w}$
$\overrightarrow{EC}=\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{w}$

**סעיף ב**

$$\overrightarrow{EM}=\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{BM}$$
$$=-\tfrac{1}{2}\underline{w}+\tfrac{1}{6}\underline{u}-\tfrac{2}{3}\underline{v}+\tfrac{1}{12}\underline{w}$$
$$=\tfrac{1}{6}\underline{u}-\tfrac{2}{3}\underline{v}-\tfrac{5}{12}\underline{w}$$

**תשובה:** $\overrightarrow{EM}=\frac{1}{6}\underline{u}-\frac{2}{3}\underline{v}-\frac{5}{12}\underline{w}$

**סעיף ג (1)**

נציב את הביטויים מסעיף א:

$$
\begin{aligned}
&a\overrightarrow{EA}+b\overrightarrow{EC}\\
&=a\left(-\underline{v}-\tfrac{1}{2}\underline{w}\right)+b\left(\underline{u}-\tfrac{1}{2}\underline{w}\right)\\
&=b\,\underline{u}-a\,\underline{v}-\tfrac{a+b}{2}\underline{w}
\end{aligned}
$$

הווקטורים $\underline{u},\underline{v},\underline{w}$ אינם במישור אחד, ולכן נשווה מקדמים עם סעיף ב:

$$
\begin{aligned}
&\underline{u}: \quad b=\tfrac{1}{6}\\
&\underline{v}: \quad -a=-\tfrac{2}{3}\ \Rightarrow\ a=\tfrac{2}{3}
\end{aligned}
$$

בדיקה במקדם של $\underline{w}$:

$$-\tfrac{a+b}{2}=-\tfrac{\frac{2}{3}+\frac{1}{6}}{2}=-\tfrac{5}{12}\ \checkmark$$

**תשובה:** $a=\tfrac{2}{3},\ b=\tfrac{1}{6}$

**סעיף ג (2)**

כן. לפי סעיף ג (1):

$$\overrightarrow{EM}=\tfrac{2}{3}\overrightarrow{EA}+\tfrac{1}{6}\overrightarrow{EC}$$

כלומר הווקטור $\overrightarrow{EM}$ הוא צירוף לינארי של שני וקטורים במישור $AEC$, והנקודה $E$ במישור. לכן הנקודה $M$ נמצאת במישור $AEC$.

**תשובה: כן. מתקיים** $\overrightarrow{EM}=\tfrac{2}{3}\overrightarrow{EA}+\tfrac{1}{6}\overrightarrow{EC}$

**סעיף ד**

בתיבה המקצועות מאונכים זה לזה, ולכן:

$$\underline{u}\cdot\underline{v}=\underline{u}\cdot\underline{w}=\underline{v}\cdot\underline{w}=0$$

$\overrightarrow{BM}$ מאונך למישור $AEC$, ולכן הוא מאונך ל-$\overrightarrow{EA}$ ול-$\overrightarrow{EC}$. נשתמש ב-$|\underline{w}|=4$, כלומר $\underline{w}^2=16$.

**מכפלה סקלרית עם** $\overrightarrow{EA}$**:**

$$
\begin{aligned}
&\left(\tfrac{1}{6}\underline{u}-\tfrac{2}{3}\underline{v}+\tfrac{1}{12}\underline{w}\right)\cdot\left(-\underline{v}-\tfrac{1}{2}\underline{w}\right)=0\\
&\tfrac{2}{3}\underline{v}^2-\tfrac{1}{24}\underline{w}^2=0\\
&\tfrac{2}{3}|\underline{v}|^2=\tfrac{16}{24}\ \Rightarrow\ |\underline{v}|^2=1
\end{aligned}
$$

**מכפלה סקלרית עם** $\overrightarrow{EC}$**:**

$$
\begin{aligned}
&\left(\tfrac{1}{6}\underline{u}-\tfrac{2}{3}\underline{v}+\tfrac{1}{12}\underline{w}\right)\cdot\left(\underline{u}-\tfrac{1}{2}\underline{w}\right)=0\\
&\tfrac{1}{6}\underline{u}^2-\tfrac{1}{24}\underline{w}^2=0\\
&\tfrac{1}{6}|\underline{u}|^2=\tfrac{16}{24}\ \Rightarrow\ |\underline{u}|^2=4
\end{aligned}
$$

**תשובה:** $|\underline{u}|=2,\ |\underline{v}|=1$

**סעיף ה**

$\overrightarrow{BM}$ מאונך למישור $AEC$, והנקודה $M$ נמצאת במישור (סעיף ג (2)). לכן היא היטל הנקודה $B$ על המישור, והמרחק המבוקש הוא $|\overrightarrow{BM}|$.

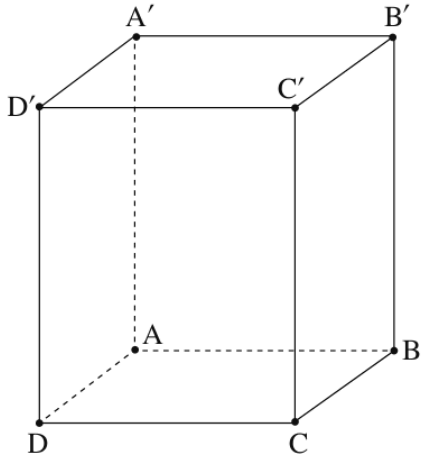
$$
\begin{aligned}
&|\overrightarrow{BM}|^2=\tfrac{1}{36}|\underline{u}|^2+\tfrac{4}{9}|\underline{v}|^2+\tfrac{1}{144}|\underline{w}|^2\\
&=\tfrac{4}{36}+\tfrac{4}{9}+\tfrac{16}{144}
\end{aligned}
$$

$= \frac{1}{9} + \frac{4}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2}{3}$

$|\overrightarrow{BM}| = \sqrt{\frac{2}{3}} \approx 0.82$

**תשובה:** $\sqrt{\frac{2}{3}} \approx 0.82$

## בגרות חורף תשפ"ו (2026) • שאלה 2




**2.** בסרטוט שלפניכם תיבה $ABCDA'B'C'D'$.

נתון כי משוואת המישור $A'B'C'D'$ היא $x+4y-8z-142=0$,

וכי $B(0,7,6)$.

**א.** מצאו את אורך המקצוע $BB'$.

נתון כי הצגה פרמטרית של הישר $AB$ היא $\underline{x}=(0,7,6)+t(0,2,1)$.

אורך המקצוע $AB$ הוא $5\sqrt{5}$, ושיעור ה־$y$ של הקודקוד $A$ הוא שלילי.

**ב.** מצאו את שיעורי הקודקוד $A$.

**ג.** מצאו את משוואת המישור $ABB'A'$.

נתונה נקודה $M(k,1,3)$, $k$ הוא פרמטר חיובי.

נתון כי גודל הזווית שבין הישר $AB$ ובין הישר $AM$ הוא $60^\circ$.

**ד.** מצאו את הערך של $k$ (תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם).

נתון כי הנקודה $M$ נמצאת על המישור $DCC'D'$.

**ה.** מצאו את נפח התיבה.

### פתרון מלא

---

**סעיף א**

$BB'$ הוא מקצוע צדדי של התיבה, ולכן הוא מאונך לפאה העליונה $A'B'C'D'$, ו־$B'$ נמצאת במישור שלה.
לכן אורך $BB'$ הוא המרחק של $B(0,7,6)$ מהמישור $x+4y-8z-142=0$:

$$BB'=\frac{|0+28-48-142|}{\sqrt{1+16+64}}$$
$$=\frac{162}{9}=18$$

**תשובה:** $BB'=18$

**סעיף ב**

$A$ נמצאת על הישר $AB$, ולכן $A=(0,\ 7+2t,\ 6+t)$ עבור $t$ מסוים, ו:

$$\underline{BA}=t\cdot(0,2,1)$$
$$|\underline{BA}|=|t|\sqrt{5}=5\sqrt{5}\ \Rightarrow\ t=\pm5$$

- $t=5$ נותן $y=17>0$ – נפסל.
- $t=-5$ נותן $y=-3<0$ ✓

$$A(0,\ -3,\ 1)$$

**תשובה:** $A(0,-3,1)$

**סעיף ג**

המישור $AA'B'B$ מכיל את $AB$, $\underline{u}=(0,2,1)$, ואת כיוון $BB'$. $BB'$ מאונך לפאה העליונה, ולכן הכיוון שלו הוא הנורמל שלה, $\underline{m}=(1,4,-8)$.
נחפש נורמל $\underline{n}=(n_1,n_2,n_3)$ המאונך לשניהם:

$$2n_2 + n_3 = 0$$
$$n_1 + 4n_2 - 8n_3 = 0$$

נבחר $n_2 = -1$. מהמשוואה הראשונה:

$$n_3 = 2$$

ומהשנייה:

$$n_1 = -4n_2 + 8n_3 = 4 + 16 = 20$$
$$\underline{n} = (20,\ -1,\ 2)$$

נציב את $A(0,-3,1)$ ב־$20x - y + 2z + d = 0$:

$$0 + 3 + 2 + d = 0 \ \Rightarrow\ d = -5$$
$$20x - y + 2z - 5 = 0$$

בדיקה עם הנקודה $B(0,7,6)$:

$$0 - 7 + 12 - 5 = 0 \ \checkmark$$

**תשובה:** $20x - y + 2z - 5 = 0$

**סעיף ד**

$$\underline{AM} = (k,1,3) - (0,-3,1)$$
$$\underline{AM} = (k,\ 4,\ 2)$$

הזווית בין הישרים היא הזווית בין וקטורי הכיוון $\underline{AM}$ ו־$\underline{u} = (0,2,1)$:

$$\cos 60^\circ = \frac{|\underline{AM} \cdot \underline{u}|}{|\underline{AM}| \cdot |\underline{u}|}$$
$$\frac{1}{2} = \frac{|0 + 8 + 2|}{\sqrt{k^2 + 20} \cdot \sqrt{5}}$$
$$\sqrt{k^2 + 20} = \frac{20}{\sqrt{5}} = 4\sqrt{5}$$
$$k^2 + 20 = 80 \ \Rightarrow\ k^2 = 60$$

$k$ חיובי, ולכן:

$$k = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$$

**תשובה:** $k = \sqrt{60} = 2\sqrt{15} \approx 7.75$

**סעיף ה**

נפח התיבה: $V = AB \cdot AD \cdot AA'$. ידוע $AB = 5\sqrt{5}$ ו־$AA' = BB' = 18$. נשאר למצוא את $AD$.

הפאה $DCC'D'$ מקבילה לפאה $ABB'A'$, ו־$AD$ מאונך לשתיהן. לכן $AD$ הוא המרחק בין שני המישורים, וזה המרחק של הנקודה $M$ (שנמצאת על $DCC'D'$) מהמישור $20x - y + 2z - 5 = 0$:

$$AD = \frac{|20\sqrt{60} - 1 + 6 - 5|}{\sqrt{400 + 1 + 4}}$$
$$= \frac{20\sqrt{60}}{\sqrt{405}} = \frac{40\sqrt{15}}{9\sqrt{5}}$$

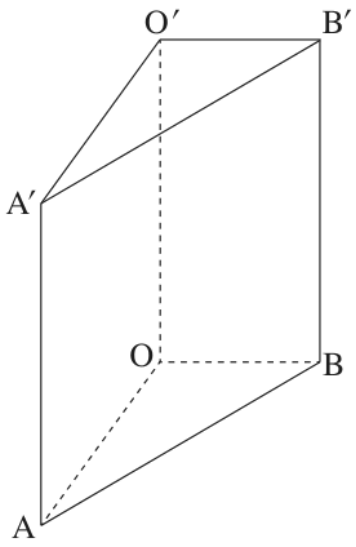
$$= \frac{40\sqrt{3}}{9}$$

הנפח:

$$V = 5\sqrt{5} \cdot \frac{40\sqrt{3}}{9} \cdot 18$$
$$= 400\sqrt{15} \approx 1549.19$$

**תשובה:** $V = 400\sqrt{15} \approx 1549.19$

## בגרות קיץ תשפ"ה (2025) – מועד ב' • שאלה 2




**2.** בסרטוט שלפניכם מנסרה ישרה $AOBA'O'B'$

שבסיסה $AOB$ הוא משולש ישר זווית, $\sphericalangle AOB = 90^o$ .

הנקודה $K$ היא אמצע המקצוע $AB$ .

הנקודה $E$ נמצאת על הקטע $O'B$ כך ש־ $\overrightarrow{O'E} = \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{O'B}$ .

הנקודה $N$ נמצאת על הקטע $AE$ כך ש־ $\overrightarrow{AN} = \frac{3}{4} \cdot \overrightarrow{AE}$ .

נסמן: $\overrightarrow{OA} = \underline{u}$ , $\overrightarrow{OB} = \underline{v}$ , $\overrightarrow{OO'} = \underline{w}$ ,

**א.** **(1)** הביעו באמצעות $\underline{u}$ , $\underline{v}$ , $\underline{w}$ את $\overrightarrow{O'N}$ .

**(2)** הוכיחו כי הנקודות $O'$ , $N$ , $K$ נמצאות על ישר אחד,
ומצאו את היחס בין $O'K$ ובין $O'N$ .

נתון: $O(0,0,0)$ , $A(4,0,0)$ , $E(0,1,6)$ .

הקודקוד $B$ נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ $y$ , והקודקוד $O'$ נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ $z$ .

**ב.** מצאו את שיעורי הנקודות $N$ ו־ $B$ .

**ג.** מצאו את משוואת המישור $A'KB'$ .

**ד.** **(1)** מצאו את המרחק בין הנקודה $N$ ובין המישור $A'KB'$ .

**(2)** מצאו את נפח הפירמידה $NA'KB'$ .

### פתרון מלא

---

**סעיף א (1)**

נבנה את הווקטור בשלבים. תחילה:

$$\overrightarrow{O'A} = \overrightarrow{O'O} + \overrightarrow{OA} = \underline{u} - \underline{w}$$
$$\overrightarrow{O'B} = \overrightarrow{O'O} + \overrightarrow{OB} = \underline{v} - \underline{w}$$

נתון $O'E = \frac{1}{3}O'B$, ולכן:

$$\overrightarrow{O'E} = \tfrac{1}{3}\underline{v} - \tfrac{1}{3}\underline{w}$$
$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AO'} + \overrightarrow{O'E}$$
$$= -\underline{u} + \underline{w} + \tfrac{1}{3}\underline{v} - \tfrac{1}{3}\underline{w}$$
$$= -\underline{u} + \tfrac{1}{3}\underline{v} + \tfrac{2}{3}\underline{w}$$

נתון $AN = \frac{3}{4}AE$:

$$\overrightarrow{AN} = -\tfrac{3}{4}\underline{u} + \tfrac{1}{4}\underline{v} + \tfrac{1}{2}\underline{w}$$

ולכן:

$$\overrightarrow{O'N} = \overrightarrow{O'A} + \overrightarrow{AN}$$
$$= \underline{u} - \underline{w} - \tfrac{3}{4}\underline{u} + \tfrac{1}{4}\underline{v} + \tfrac{1}{2}\underline{w}$$

$= \frac{1}{4}\underline{u} + \frac{1}{4}\underline{v} - \frac{1}{2}\underline{w}$

**תשובה:** $\overrightarrow{O'N} = \frac{1}{4}\underline{u} + \frac{1}{4}\underline{v} - \frac{1}{2}\underline{w}$

**סעיף א (2)**

$K$ אמצע $AB$, ולכן $\overrightarrow{OK} = \frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v}$, ו:

$$\overrightarrow{O'K} = \overrightarrow{O'O} + \overrightarrow{OK}$$
$$= \frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} - \underline{w}$$

נשווה לתוצאה של א (1):

$$\overrightarrow{O'N} = \frac{1}{4}\underline{u} + \frac{1}{4}\underline{v} - \frac{1}{2}\underline{w}$$
$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} - \underline{w}\right)$$
$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{O'K}$$

הווקטורים $\overrightarrow{O'N}$ ו־$\overrightarrow{O'K}$ מקבילים ויש להם נקודה משותפת $O'$, ולכן הנקודות $O', N, K$ נמצאות על ישר אחד.

$$\frac{O'K}{O'N} = 2$$

**תשובה: הוכח:** $\overrightarrow{O'N} = \frac{1}{2}\overrightarrow{O'K}$
**היחס** $O'K : O'N = 2 : 1$

**סעיף ב**

נסמן $B(0,b,0)$ ו־$O'(0,0,h)$, עם $b, h > 0$. לפי $\overrightarrow{O'E} = \frac{1}{3}\overrightarrow{O'B}$:

$$E = O' + \tfrac{1}{3}(B - O')$$
$$= \left(0,\ \tfrac{b}{3},\ h - \tfrac{h}{3}\right) = \left(0,\ \tfrac{b}{3},\ \tfrac{2h}{3}\right)$$

נשווה ל־$E(0,1,6)$:

$$\frac{b}{3} = 1 \Rightarrow b = 3, \qquad \frac{2h}{3} = 6 \Rightarrow h = 9$$

לכן $B(0,3,0)$ ו־$O'(0,0,9)$, כלומר:

$$\underline{u} = (4,0,0)$$
$$\underline{v} = (0,3,0)$$
$$\underline{w} = (0,0,9)$$

לפי א (1):

$$\overrightarrow{O'N} = (1,0,0) + (0,\tfrac{3}{4},0) - (0,0,\tfrac{9}{2})$$
$$= \left(1,\ \tfrac{3}{4},\ -\tfrac{9}{2}\right)$$
$$N = O' + \overrightarrow{O'N} = \left(1,\ \tfrac{3}{4},\ \tfrac{9}{2}\right)$$

**תשובה:** $B(0,3,0)$
$N\left(1, \frac{3}{4}, \frac{9}{2}\right)$

**סעיף ג**

שיעורי הנקודות:

$A'(4,0,9), \quad B'(0,3,9)$
$K\ (2,\ 1.5,\ 0)$

שני וקטורים במישור:

$\overrightarrow{A'B'} = (-4,3,0)$
$\overrightarrow{A'K} = (-2,\ 1.5,\ -9)$

נחפש נורמל $\underline{n} = (a,b,c)$ המאונך לשניהם:

$-4a + 3b = 0$
$-2a + 1.5b - 9c = 0$

מהמשוואה הראשונה:

$b = \frac{4}{3}a$

נציב במשוואה השנייה:

$-2a + 2a - 9c = 0 \ \Rightarrow \ c = 0$

נבחר $a = 3$, ואז $b = 4$:

$\underline{n} = (3,4,0)$

המישור $3x + 4y + D = 0$ עובר דרך $A'(4,0,9)$:

$12 + 0 + D = 0 \Rightarrow D = -12$
$3x + 4y - 12 = 0$

**תשובה:** $3x + 4y - 12 = 0$

**סעיף ד (1)**

לפי נוסחת המרחק בין נקודה למישור, עבור $N\ \left(1,\ \frac{3}{4},\ \frac{9}{2}\right)$:

$$d = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot \frac{3}{4} + 0 - 12|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 0^2}}$$
$$= \frac{|3 + 3 - 12|}{5} = \frac{6}{5} = 1.2$$

**תשובה:** $d = 1.2$

**סעיף ד (2)**

בסיס הפירמידה הוא המשולש $A'KB'$, והגובה הוא המרחק של $N$ מהמישור – סעיף ד (1).

במשולש $A'KB'$ הצלע $A'B'$ שווה ל־$AB$:

$$A'B' = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

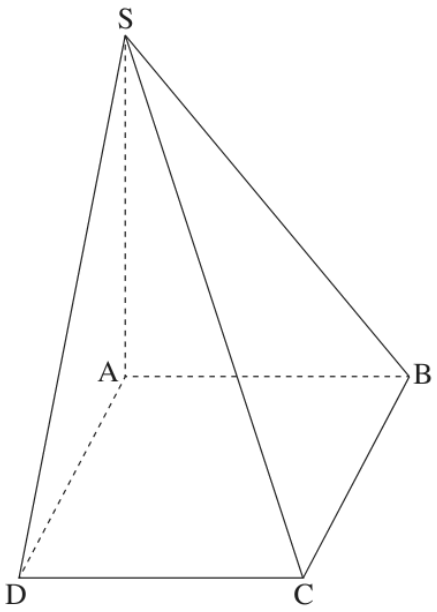
נסמן ב־$K'$ את אמצע $A'B'$. הבסיס העליון מתקבל מהתחתון בהזזה לאורך המקצוע הצדדי, ולכן $\overrightarrow{KK'} = \overrightarrow{AA'}$ – מקביל למקצוע הצדדי ושווה לו. במנסרה ישרה המקצועות הצדדיים מאונכים למישורי הבסיסים, ולכן $KK'$ מאונך למישור הבסיס העליון ובפרט לישר $A'B'$ שבו, ואורכו כגובה המנסרה, 9. זה הגובה של המשולש לצלע $A'B'$:

$$S_{A'KB'} = \frac{5 \cdot 9}{2} = 22.5$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot d = \frac{1}{3} \cdot 22.5 \cdot 1.2 = 9$$

**תשובה:** $V = 9$

## בגרות קיץ תשפ"ה (2025) – מועד א' • שאלה 2




**2.** נתונה פירמידה $SABCD$ שבסיסה $ABCD$ הוא מקבילית.

$SA$ הוא גובה הפירמידה.

הנקודה $M$ היא אמצע האלכסון $BD$.

נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$ , $\overrightarrow{AD}=\underline{v}$ , $\overrightarrow{AS}=\underline{w}$.

**א.** הביעו באמצעות $\underline{u}$ , $\underline{v}$ ו־ $\underline{w}$ את הווקטור $\overrightarrow{SM}$.

נתון כי $\overrightarrow{SM}$ מאונך ל־ $\overrightarrow{DB}$.

**ב.** הוכיחו כי $|\underline{v}|=|\underline{u}|$.

נתון: $A(0,0,0)$ , $B(0,5,0)$ , $S(0,0,6)$.

$D(3,p,0)$ , $p>0$.

**ג.** מצאו את שיעורי הנקודות $D$ ו־ $C$.

דרך האלכסון $AC$ מעבירים מישור המקביל למקצוע $SD$.

המישור חותך את המקצוע $SB$ בנקודה $K$.

**ד.** מצאו את משוואת המישור.

**ה.** לפניכם שתי טענות $I-II$. קבעו בעבור כל אחת מן הטענות אם היא נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעותיכם.

I. הישר $KM$ מקביל לישר $SD$.

II. כל ישר שמאונך למישור $ACK$, מאונך לישר $SD$.

### פתרון מלא

---

**סעיף א**

$ABCD$ מקבילית, ולכן $\underline{AC}=\underline{u}+\underline{v}$ ו־$\underline{DB}=\underline{u}-\underline{v}$. $M$ אמצע $BD$, ולכן:

$$\underline{AM}=\underline{AD}+\frac{1}{2}\underline{DB}$$
$$=\underline{v}+\frac{1}{2}(\underline{u}-\underline{v})=\frac{1}{2}\underline{u}+\frac{1}{2}\underline{v}$$

ולכן:

$$\underline{SM}=\underline{AM}-\underline{AS}$$
$$=\frac{1}{2}\underline{u}+\frac{1}{2}\underline{v}-\underline{w}$$

**תשובה:** $\underline{SM}=\frac{1}{2}\underline{u}+\frac{1}{2}\underline{v}-\underline{w}$

**סעיף ב**

$SA$ גובה, ולכן $\underline{w}$ מאונך ל־$\underline{u}$ ול־$\underline{v}$:

$$\underline{w}\cdot\underline{u}=\underline{w}\cdot\underline{v}=0$$

$SM\perp DB$, ולכן המכפלה הסקלרית מתאפסת:

$$\left(\frac{1}{2}\underline{u}+\frac{1}{2}\underline{v}-\underline{w}\right)\cdot(\underline{u}-\underline{v})=0$$

נפתח סוגריים:

$$\frac{1}{2}\underline{u}^2 - \frac{1}{2}\underline{u}\cdot\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{v}\cdot\underline{u} - \frac{1}{2}\underline{v}^2$$
$$-\underline{w}\cdot\underline{u} + \underline{w}\cdot\underline{v} = 0$$

האיברים המעורבים מתבטלים, והמכפלות עם $\underline{w}$ מתאפסות:

$$\frac{1}{2}|\underline{u}|^2 - \frac{1}{2}|\underline{v}|^2 = 0$$
$$|\underline{u}| = |\underline{v}|$$

**תשובה: הוכח: $|\underline{u}| = |\underline{v}|$ (המקבילית היא מעוין).**

**סעיף ג**

לפי סעיף ב $AD = AB = 5$:

$$|\underline{AD}|^2 = 3^2 + p^2 = 25$$
$$p^2 = 16 \;\Rightarrow\; p = 4 \quad (p > 0)$$
$$D(3,\ 4,\ 0)$$

במקבילית $\underline{AC} = \underline{AB} + \underline{AD}$:

$$C = (0,5,0) + (3,4,0) = (3,\ 9,\ 0)$$

**תשובה:** $D(3,4,0)$**,** $C(3,9,0)$

**סעיף ד**

המישור מכיל את $\underline{AC}$ ומקביל ל־$\underline{SD}$, ולכן שני הווקטורים הם וקטורי כיוון שלו:

$$\underline{AC} = (3,\ 9,\ 0)$$
$$\underline{SD} = (3,\ 4,\ -6)$$

נחפש נורמל $\underline{n} = (n_1, n_2, n_3)$:

$$3n_1 + 9n_2 = 0$$
$$3n_1 + 4n_2 - 6n_3 = 0$$

נבחר $n_2 = -6$. מהמשוואה הראשונה $n_1 = 18$, ומהשנייה:

$$54 - 24 - 6n_3 = 0 \;\Rightarrow\; n_3 = 5$$
$$\underline{n} = (18,\ -6,\ 5)$$

המישור עובר דרך $A(0,0,0)$, ולכן $d = 0$:

$$18x - 6y + 5z = 0$$

**תשובה:** $18x - 6y + 5z = 0$

**סעיף ה**

**הנקודה $K$:** נקודה על $SB$:

$$S + s(\underline{SB}) = (0,\ 5s,\ 6 - 6s)$$

נציב במשוואת המישור:

$$-30s + 30 - 30s = 0 \;\Rightarrow\; s = \frac{1}{2}$$

כלומר $K(0,\ 2.5,\ 3)$ היא אמצע $SB$. וגם $M$ אמצע $BD$:

$$M(1.5,\ 4.5,\ 0)$$

**טענה I – נכונה.**

$$\underline{KM} = (1.5,\ 2,\ -3) = \frac{1}{2}\underline{SD}$$

הווקטורים פרופורציוניים, ו־$K$ אינה על $SD$, ולכן $KM \parallel SD$ ($KM$ קטע אמצעים במשולש $SBD$).

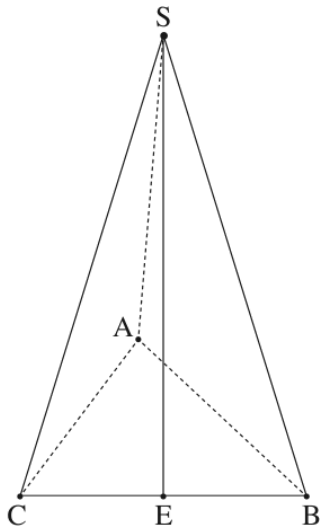
**טענה II – נכונה.** ישר המאונך למישור $ACK$ הוא בכיוון הנורמל $(18, -6, 5)$. המישור מקביל ל־$SD$, ולכן הנורמל מאונך ל־$\underline{SD}$:

$$(18, -6, 5) \cdot (3, 4, -6)$$
$$= 54 - 24 - 30 = 0$$

לכן כל ישר כזה מאונך ל־$SD$.

**תשובה: I נכונה; II נכונה.**

## בגרות חורף תשפ"ה (2025) • שאלה 2




**2.** בסרטוט שלפניכם פירמידה משולשת $SABC$. הנקודה $E$ היא אמצע המקצוע $BC$.

נסמן: $\overrightarrow{EC}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AE}=\underline{u}$.

נתון: $|\underline{u}+\underline{v}|=|\underline{u}-\underline{v}|$.

**א.** הוכיחו כי $\overrightarrow{AE}$ מאונך ל־$\overrightarrow{BC}$.

נתון: הקטע $SE$ הוא גובה בפירמידה והאורך שלו הוא $16$.

$A(0,0,0)$, $B(6,8,0)$.

הקודקוד $C$ נמצא על החלק החיובי של ציר ה־$x$,

ושיעור ה־$z$ של הקודקוד $S$ הוא חיובי.

**ב.** מצאו את שיעורי הקודקודים $C$ ו־$S$.

הנקודה $F$ נמצאת על המקצוע $SC$ כך ש־$\overrightarrow{SF}=\frac{1}{4}\overrightarrow{SC}$.

דרך הנקודה $F$ מעבירים ישר המקביל לישר $AC$, וחותך את המישור $ABS$ בנקודה $M$.

**ג.** **(1)** מצאו הצגה פרמטרית של הישר $FM$.

**(2)** מצאו את שיעורי הנקודה $M$.

**ד.** מצאו פי כמה גדול נפח הפירמידה $MABC$ מנפח הפירמידה $FAEC$. נמקו את תשובתכם.

### פתרון מלא

---

**סעיף א**

נתון $\underline{u}=\overrightarrow{AE}$ ו־$\underline{v}=\overrightarrow{EC}$. נעלה את שני האגפים בריבוע:

$$|\underline{u}+\underline{v}|^2=|\underline{u}-\underline{v}|^2$$
$$\underline{u}^2+2\underline{u}\cdot\underline{v}+\underline{v}^2$$
$$=\underline{u}^2-2\underline{u}\cdot\underline{v}+\underline{v}^2$$
$$4\,\underline{u}\cdot\underline{v}=0\ \Rightarrow\ \underline{u}\cdot\underline{v}=0$$

לכן הווקטור $\overrightarrow{AE}$ מאונך לווקטור $\overrightarrow{EC}$.

הנקודה $E$ היא אמצע $BC$ ולכן הווקטור $\overrightarrow{EC}$ מונח על הישר $BC$. מכאן ש־$AE$ מאונך ל־$BC$.

**תשובה:** $\underline{u}\cdot\underline{v}=0$

**ולכן** $AE\perp BC$

**סעיף ב**

לפי סעיף א הקטע $AE$ הוא גם גובה וגם תיכון לצלע $BC$. לכן המשולש $ABC$ שווה־שוקיים:

$$AC=AB=\sqrt{6^2+8^2}=10$$

הקודקוד $C$ נמצא על החלק החיובי של ציר ה־$x$:

$$C(10,0,0)$$

הנקודה $E$ היא אמצע $BC$:

$$E\left(\tfrac{6+10}{2},\ \tfrac{8+0}{2},\ 0\right)$$
$$E(8,4,0)$$

הקטע $SE$ הוא גובה הפירמידה. לכן הוא מאונך למישור הבסיס שהוא המישור $z=0$. אורכו 16 ושיעור ה־$z$ של $S$ חיובי:

$$S(8,4,16)$$

**תשובה:** $C(10,0,0)$
$S(8,4,16)$

**סעיף ג (1)**

נמצא את $F$ לפי $\overrightarrow{SF}=\frac{1}{4}\overrightarrow{SC}$:

$$\overrightarrow{SC}=(10-8,\ 0-4,\ 0-16)$$
$$=(2,-4,-16)$$
$$F=S+\tfrac{1}{4}\overrightarrow{SC}$$
$$=(8,4,16)+(0.5,-1,-4)$$
$$=(8.5,\ 3,\ 12)$$

הישר מקביל ל־$AC$ שהכיוון שלו הוא $(10,0,0)$. לכן אפשר לקחת וקטור כיוון

$$(1,0,0)$$
$$\underline{x}=(8.5,3,12)+t(1,0,0)$$

**תשובה:** $\underline{x}=(8.5,3,12)+t(1,0,0)$

**סעיף ג (2)**

**משוואת המישור $ABS$:** שני וקטורים במישור:

$$\overrightarrow{AB}=(6,8,0)$$
$$\overrightarrow{AS}=(8,4,16)$$

נחפש נורמל $(a,b,c)$ המאונך לשניהם:

$$6a+8b=0$$
$$8a+4b+16c=0$$

נבחר:

$$a=4\ \Rightarrow\ b=-3$$
$$32-12+16c=0\ \Rightarrow\ c=-\tfrac{5}{4}$$

נכפול ב־4 ונקבל את הנורמל:

$$\underline{n}=(16,-12,-5)$$

המישור עובר בראשית ולכן משוואתו:

$$16x-12y-5z=0$$

**חיתוך:** נקודה כללית על הישר היא $(8.5+t,\ 3,\ 12)$. נציב במישור:

$$16(8.5+t)-36-60=0$$
$$136+16t-96=0\ \Rightarrow\ t=-2.5$$
$$M(6,\ 3,\ 12)$$

**תשובה:** $M(6,3,12)$

**סעיף ד**

**הפירמידה $MABC$:** הבסיס הוא המשולש $ABC$ שנמצא במישור $z=0$. הגובה הוא שיעור ה־$z$ של $M$ כלומר 12.

**הפירמידה $FAEC$:** הבסיס הוא המשולש $AEC$ שנמצא גם הוא במישור $z=0$. הגובה הוא שיעור ה־$z$ של $F$ וגם הוא 12.

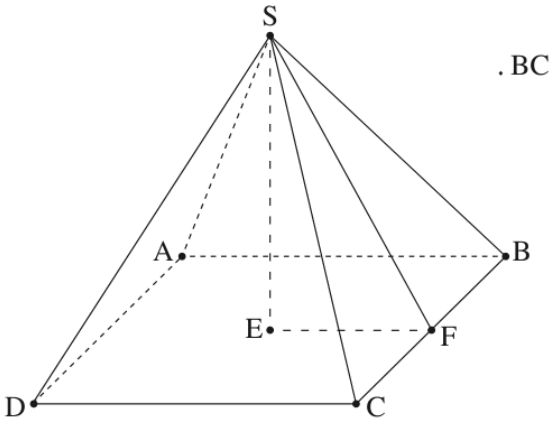
הגבהים שווים ולכן יחס הנפחים שווה ליחס שטחי הבסיסים. הקטע $AE$ הוא תיכון במשולש $ABC$ ולכן הוא מחלק אותו לשני משולשים שווי שטח:

$$S_{ABC}=2S_{AEC}$$

$$\frac{V_{MABC}}{V_{FAEC}}=\frac{\frac{1}{3}S_{ABC}\cdot 12}{\frac{1}{3}S_{AEC}\cdot 12}=2$$

**תשובה: פי 2**

## בגרות קיץ תשפ"ד (2024) – מועד ב' • שאלה 2




**2.** בסרטוט שלפניכם פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא ריבוע.

הנקודה E היא מפגש אלכסוני הבסיס, והנקודה F היא אמצע המקצוע BC.

נסמן: $\overrightarrow{SB} = \underline{w}$ , $\overrightarrow{SF} = \underline{v}$ , $\overrightarrow{SE} = \underline{u}$.

**א.** הביעו באמצעות $\underline{u}$ , $\underline{v}$ ו־ $\underline{w}$ את הווקטורים $\overrightarrow{BC}$ ו־ $\overrightarrow{DC}$.

הקטע SE הוא גובה הפירמידה.

נתון: $|\underline{u}| = 7$.

**ב.** מצאו את הערך של $\underline{u} \cdot \underline{w}$.

נתון: $\overrightarrow{BA} = (-3, 4, 5)$.

**ג.** מצאו את גודל הזווית שבין SB ובין הבסיס של הפירמידה.

נתון: $E(0, 4, 5)$ , מישור הבסיס ABCD מקביל לציר z.

**ד.** מצאו את משוואת המישור שעליו מונח הבסיס של הפירמידה.

נתון: שיעור ה־ x של הקודקוד B הוא 3.

**ה.** מצאו את שיעורי הקודקוד B.

### פתרון מלא

**סעיף א**

$F$ אמצע $BC$, ולכן:

$$\underline{BF} = \underline{SF} - \underline{SB} = \underline{v} - \underline{w}$$
$$\underline{BC} = 2\underline{BF} = 2\underline{v} - 2\underline{w}$$

הנקודה $E$ היא מרכז הריבוע, כלומר אמצע האלכסון $AC$, והנקודה $F$ היא אמצע $BC$. לכן $EF$ הוא קטע אמצעים במשולש $ABC$:

$$EF \parallel AB, \qquad EF = \frac{1}{2}AB$$

בריבוע $\underline{DC} = \underline{AB}$, ולכן:

$$\underline{DC} = 2\,\underline{EF}$$
$$\underline{EF} = \underline{SF} - \underline{SE} = \underline{v} - \underline{u}$$
$$\underline{DC} = 2\underline{v} - 2\underline{u}$$

**תשובה:** $\underline{BC} = 2\underline{v} - 2\underline{w}$
$\underline{DC} = 2\underline{v} - 2\underline{u}$

**סעיף ב**

נפרק את $\underline{SB}$ דרך הנקודה $E$:

$$\underline{w} = \underline{SE} + \underline{EB} = \underline{u} + \underline{EB}$$

הקטע $SE$ הוא גובה הפירמידה, ולכן הוא מאונך ל־$EB$:

$$\underline{u} \cdot \underline{EB} = 0$$

לכן:

$$\underline{u} \cdot \underline{w} = \underline{u} \cdot \underline{u} + \underline{u} \cdot \underline{EB}$$
$$= |\underline{u}|^2 + 0 = 49$$

**תשובה:** $\underline{u} \cdot \underline{w} = 49$

**סעיף ג**

אורך צלע הבסיס:

$$|\underline{BA}| = \sqrt{9 + 16 + 25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

אלכסון הריבוע ומחציתו:

$$BD = 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 10, \qquad EB = 5$$

הקטע $SE$ מאונך לבסיס, ולכן $EB$ הוא ההיטל של $SB$ על הבסיס, והזווית המבוקשת היא $\angle SBE$.
במשולש ישר הזווית $SEB$:

$$\tan \angle SBE = \frac{SE}{EB} = \frac{7}{5}$$
$$\angle SBE \approx 54.46^\circ$$

**תשובה:** $\approx 54.46^\circ$

**סעיף ד**

מישור הבסיס מקביל לציר ה־$z$, ולכן הנורמל שלו מאונך ל־$(0,0,1)$:

$$\underline{n} = (n_1,\ n_2,\ 0)$$

המישור מכיל את הכיוון של הצלע $BA$:

$$\underline{BA} = (-3,\ 4,\ 5)$$

ולכן:

$$-3n_1 + 4n_2 = 0$$

נבחר:

$$n_1 = 4, \quad n_2 = 3$$
$$\underline{n} = (4,\ 3,\ 0)$$

המישור עובר דרך הנקודה $E(0,4,5)$:

$$0 + 12 + d = 0 \ \Rightarrow\ d = -12$$
$$4x + 3y - 12 = 0$$

**תשובה:** $4x + 3y - 12 = 0$

**סעיף ה**

שיעור ה־$x$ של $B$ הוא 3. נסמן:

$$B(3,\ y,\ z)$$

הנקודה $B$ על מישור הבסיס:

$$12 + 3y - 12 = 0 \ \Rightarrow\ y = 0$$

לפי סעיף ג $EB = 5$, ו־$E(0,4,5)$:

$$(3-0)^2 + (0-4)^2 + (z-5)^2 = 25$$
$$9 + 16 + (z-5)^2 = 25$$

$(z-5)^2 = 0 \;\Rightarrow\; z = 5$

בדיקה:

$\underline{EB} = (3, -4, 0), \quad |\underline{EB}| = 5$ ✓

**תשובה:** $B(3,\ 0,\ 5)$

**בגרות קיץ תשפ"ד (2024) – מועד א' • שאלה 2**

**2.** נתונים שני ישרים $\ell_1$ ו־ $\ell_2$. לפניכם הצגה פרמטרית של כל אחד מן הישרים.

$$\ell_1 : \underline{x} = t(-1, 3, 0)$$

$$\ell_2 : \underline{x} = (1, -3, 0) + m(0, k, 1)$$

$k$ הוא פרמטר.

הנקודה $A$ היא נקודת החיתוך של הישרים $\ell_1$ ו־ $\ell_2$.

**א.** מצאו את שיעורי הנקודה $A$.

נסמן ב־ $\alpha$ את הזווית בין הישרים $\ell_1$ ו־ $\ell_2$.

**ב.** מצאו את הערך של $k$ שבעבורו מתקיים $\cos\alpha = \frac{3\sqrt{2}}{5}$.

הציבו $k = 2$, וענו על הסעיפים ג–ה.

המישור $\pi$ מכיל את הישרים $\ell_1$ ו־ $\ell_2$.

**ג.** מצאו את משוואת המישור $\pi$.

הנקודה $B$ נמצאת על הישר $\ell_2$, והנקודה $O$ היא ראשית הצירים.

המשולש $AOB$ הוא שווה שוקיים, $AO = AB$.

**ד.** הסבירו מדוע המשולש $AOB$ נמצא במישור $\pi$.

מן הנקודה $A$ מעלים אנך למישור $\pi$ ומסמנים עליו את הנקודה $S$.

נתון: נפח הפירמידה $SAOB$ הוא $\frac{14\sqrt{2}}{3}$.

**ה.** מצאו את שיעורי הנקודה $S$ (את שתי האפשרויות).

**פתרון מלא**

---

**סעיף א**

נשווה את הרכיבים של שני הישרים:

$$-t = 1$$

$$3t = -3 + mk$$

$$0 = m$$

מהמשוואה השלישית $m=0$ ומהראשונה $t=-1$. השנייה מתקיימת:

$$3\cdot(-1)=-3$$
$$A(1,-3,0)$$

**תשובה:** $A(1,-3,0)$

**סעיף ב**

וקטורי הכיוון:

$$\underline{u}=(-1,3,0)$$
$$\underline{v}=(0,k,1)$$

הזווית בין ישרים חדה ולכן לוקחים ערך מוחלט:

$$\cos\alpha=\frac{|\underline{u}\cdot\underline{v}|}{|\underline{u}|\,|\underline{v}|}=\frac{|3k|}{\sqrt{10}\sqrt{k^2+1}}$$

נשווה לנתון ונעלה בריבוע:

$$\frac{9k^2}{10(k^2+1)}=\frac{18}{25}$$
$$225k^2=180k^2+180$$
$$45k^2=180$$
$$k^2=4$$

**תשובה:** $k=2$ **או** $k=-2$

**סעיף ג**

עם $k=2$ וקטורי הכיוון הם $(-1,3,0)$ ו־$(0,2,1)$. הנורמל מאונך לשניהם:

$$-a+3b=0$$
$$2b+c=0$$

נבחר $b=1$ ונקבל $a=3$ ו־$c=-2$:

$$\underline{n}=(3,1,-2)$$

הישר הראשון עובר בראשית כשמציבים $t=0$. לכן המישור עובר בראשית:

$$3x+y-2z=0$$

בדיקה עם $A$:

$$3-3-0=0$$

**תשובה:** $3x+y-2z=0$

**סעיף ד**

שלושת הקודקודים נמצאים במישור:

- הנקודה $O$ נמצאת על הישר הראשון כשמציבים $t=0$.
- הנקודה $A$ היא נקודת החיתוך של שני הישרים.
- הנקודה $B$ נמצאת על הישר השני.

שני הישרים מוכלים במישור $\pi$. לכן שלושת הקודקודים במישור וכל המשולש במישור.

**תשובה: הסבר: $O$ ו־$A$ ו־$B$ נמצאים על הישרים שמוכלים במישור.**

**סעיף ה**

**הנקודה $B$:** נקודה כללית על הישר השני:

$$B(1,\ -3+2m,\ m)$$

$$\overrightarrow{AB} = m(0,2,1)$$

$$AB^2 = 5m^2$$

$$AO^2 = 1+9 = 10$$

$$5m^2 = 10 \ \Rightarrow\ m = \pm\sqrt{2}$$

**שטח הבסיס:** $AO = AB = \sqrt{10}$. הזווית $OAB$ היא הזווית בין שני הישרים (או משלימתה ל־$180^\circ$), ולפי סעיף ב $\cos^2\alpha = \frac{18}{25}$, ולכן:

$$\sin\alpha = \sqrt{1-\tfrac{18}{25}} = \frac{\sqrt{7}}{5}$$

לפי נוסחת שטח משולש:

$$S_{AOB} = \tfrac{1}{2}\cdot AO\cdot AB\cdot\sin\alpha$$

$$= \tfrac{1}{2}\cdot\sqrt{10}\cdot\sqrt{10}\cdot\frac{\sqrt{7}}{5} = \sqrt{7}$$

**הגובה:**

$$\tfrac{1}{3}\cdot\sqrt{7}\cdot h = \frac{14\sqrt{2}}{3}$$

$$h = \frac{14\sqrt{2}}{\sqrt{7}} = 2\sqrt{14}$$

**הנקודה $S$:** האנך למישור הוא בכיוון הנורמל שאורכו $\sqrt{14}$. לכן צריך לזוז פעמיים הנורמל לכל אחד מהצדדים:

$$S = A \pm 2(3,1,-2)$$

$$S_1 = (7,-1,-4)$$

$$S_2 = (-5,-5,4)$$

**תשובה:** $S(7,-1,-4)$
**או** $S(-5,-5,4)$

## בגרות חורף תשפ"ד (2024) • שאלה 2

**2.** נתונים הישר $\ell$ והמישור $\pi$.

ההצגה הפרמטרית של הישר $\ell$ היא $\underline{x} = (-1, 5, -11) + t \cdot (m-1, 5-m, -2)$.

משוואת המישור $\pi$ היא $3x + my + (m+6)z + 4 = 0$.

$m$ הוא פרמטר.

**א.** הראו כי לכל ערך של $m$ הישר $\ell$ אינו מקביל למישור $\pi$.

נתון כי הישר $\ell$ ניצב למישור $\pi$ וחותך אותו בנקודה $A$.

**ב.** מצאו את הערך של הפרמטר $m$.

**ג.** מצאו את שיעורי הנקודה $A$.

**ד.** לפניכם טענה:

קיים מישור אחד בלבד המכיל את הישר $\ell$ ועובר דרך הנקודה $(5, -5, -9)$.

קבעו אם הטענה נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעתכם.

### פתרון מלא

**סעיף א**

הכיוון של הישר והנורמל של המישור:

$$\underline{u} = (m-1,\ 5-m,\ -2)$$
$$\underline{n} = (3,\ m,\ m+6)$$

הישר מקביל למישור (או מוכל בו) רק אם הכיוון מאונך לנורמל. נחשב את המכפלה הסקלרית:

$$\underline{u} \cdot \underline{n} = 3(m-1) + m(5-m)$$
$$-2(m+6)$$
$$= -m^2 + 6m - 15$$

נבדוק אם הביטוי יכול להתאפס:

$$m^2 - 6m + 15 = 0$$
$$\Delta = 36 - 60 = -24 < 0$$

אין למשוואה פתרון, ולכן המכפלה אף פעם אינה אפס, והישר אינו מקביל למישור לאף ערך של $m$.

**תשובה: הישר אינו מקביל למישור לאף ערך של $m$, כי המכפלה הסקלרית של הכיוון והנורמל אינה מתאפסת.**

**סעיף ב**

הישר ניצב למישור כאשר הכיוון שלו מקביל לנורמל:

$$\underline{u} = k \cdot \underline{n}$$

כלומר, רכיב אחר רכיב:

$$m - 1 = 3k$$

$$5-m=mk$$
$$-2=(m+6)k$$

מהרכיב השלישי ומהראשון:

$$k=\frac{-2}{m+6}$$
$$m-1=\frac{-6}{m+6}$$
$$(m-1)(m+6)=-6$$
$$m^2+5m=0$$

מתקבלים שני ערכים, ונבדוק כל אחד ברכיב השני.

**הערך הראשון:**

$$m=0: \quad \underline{u}=(-1,\ 5,\ -2)$$
$$\underline{n}=(3,\ 0,\ 6)$$

הווקטורים אינם מקבילים (רכיב שני אפס רק באחד מהם), ולכן הערך נפסל.

**הערך השני:**

$$m=-5: \quad \underline{u}=(-6,\ 10,\ -2)$$
$$\underline{n}=(3,\ -5,\ 1)$$
$$\underline{u}=-2\,\underline{n}\ \checkmark$$

**תשובה:** $m=-5$

**סעיף ג**

עבור $m=-5$ הישר והמישור הם:

$$\underline{x}=(-1,\ 5,\ -11)+t(-6,\ 10,\ -2)$$
$$3x-5y+z+4=0$$

נציב נקודה כללית של הישר במשוואת המישור:

$$3(-1-6t)-5(5+10t)$$
$$+(-11-2t)+4=0$$
$$-35-70t=0\ \Rightarrow\ t=-\frac{1}{2}$$

נציב בחזרה בישר:

$$A=(-1+3,\ 5-5,\ -11+1)$$
$$A=(2,\ 0,\ -10)$$

**תשובה:** $A(2,\ 0,\ -10)$

**סעיף ד**

נבדוק אם הנקודה נמצאת על הישר:

$$(5,\ -5,\ -9)-(-1,\ 5,\ -11)$$
$$=(6,\ -10,\ 2)$$
$$(6,\ -10,\ 2)=-1\cdot(-6,\ 10,\ -2)$$

כלומר הנקודה מתקבלת בישר עבור הפרמטר:

$t = -1$

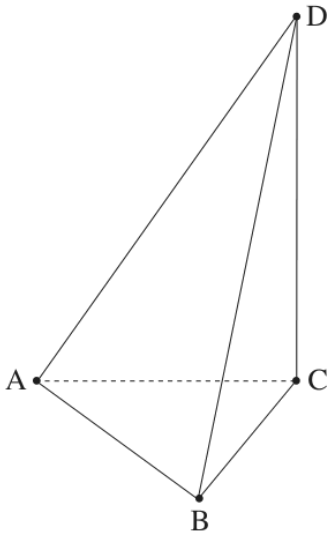
ולכן היא נמצאת על הישר.

מישור נקבע באופן יחיד על ידי ישר ונקודה שאינה עליו. כאן הנקודה על הישר, ולכן יש אינסוף מישורים שמכילים את הישר ועוברים דרכה (כל מישור שמכיל את הישר).

הטענה **אינה נכונה**.

**תשובה: הטענה אינה נכונה: הנקודה נמצאת על הישר, ולכן יש אינסוף מישורים כאלה.**

## בגרות קיץ תשפ"ג (2023) – מועד ב' • שאלה 2




**2.** בפירמידה $ABCD$, המקצוע $DC$ מאונך למישור $ABC$.

הנקודה $E$ היא אמצע המקצוע $AD$.

הנקודה $F$ מקיימת: $\overrightarrow{DF} = \frac{k}{2} \cdot \overrightarrow{DB} + k \cdot \overrightarrow{DC}$, $k$ הוא פרמטר.

נסמן: $\overrightarrow{CD} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$.

**א.** הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ ו־$k$ את $\overrightarrow{EF}$.

נתון: $\overrightarrow{EF}$ מקביל למישור $ABC$.

**ב.** מצאו את הערך של $k$.

נתון: $A(0,0,0)$, $C(0,n,0)$, $B(p,3,0)$, $n$ ו־$p$ הם פרמטרים חיוביים.

$\underline{u} \cdot \underline{v} = 24$, $\overrightarrow{BD} = (-4,5,12)$.

**ג.** מצאו את שיעורי הנקודות $B$, $C$ ו־$D$.

**ד.** מצאו את נפח הפירמידה $ABCD$.

**ה.** מהו המצב ההדדי בין הישר $EF$ לבין הישר $AB$? נמקו את קביעתכם.

### פתרון מלא

---

**סעיף א**

נביע את הווקטורים הדרושים:

$$\overrightarrow{AD} = \underline{v} + \underline{w}$$
$$\overrightarrow{DB} = \underline{u} - \underline{v} - \underline{w}$$
$$\overrightarrow{DC} = -\underline{w}$$

הנקודה $E$ אמצע $AD$ ולכן $\overrightarrow{ED} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$:

$$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DF}$$
$$= \tfrac{1}{2}(\underline{v} + \underline{w}) + \tfrac{k}{2}(\underline{u} - \underline{v} - \underline{w}) - k\underline{w}$$

נקבץ איברים:

$$\overrightarrow{EF} = \tfrac{k}{2}\underline{u} + \tfrac{1-k}{2}\underline{v} + \tfrac{1-3k}{2}\underline{w}$$

**תשובה:** $\overrightarrow{EF} = \frac{k}{2}\underline{u} + \frac{1-k}{2}\underline{v} + \frac{1-3k}{2}\underline{w}$

**סעיף ב**

המישור $ABC$ נפרש על ידי $\underline{u}$ ו־$\underline{v}$. הווקטור $\underline{w}$ מאונך למישור הזה. לכן הווקטור $\overrightarrow{EF}$ מקביל למישור רק כאשר המקדם של $\underline{w}$ הוא 0:

$$\frac{1-3k}{2} = 0$$
$$k = \frac{1}{3}$$

**תשובה:** $k = \frac{1}{3}$

**סעיף ג**

הנקודה $C$ על ציר ה־$y$ והנקודה $B$ במישור $z=0$. לכן הבסיס $ABC$ מונח במישור $z=0$:

$\underline{u}=(p,3,0)$

$\underline{v}=(0,n,0)$

$\underline{u}\cdot\underline{v}=3n=24\ \Rightarrow\ n=8$

המקצוע $DC$ מאונך למישור $z=0$. לכן ל־$D$ אותם שיעורי $x$ ו־$y$ כמו ל־$C$:

$D(0,8,h)$

$\overrightarrow{BD}=(-p,\ 5,\ h)=(-4,5,12)$

$p=4$

$h=12$

**תשובה:** $C(0,8,0)$
$B(4,3,0)$
$D(0,8,12)$

**סעיף ד**

הבסיס הוא המשולש $ABC$ והגובה הוא $DC=12$.

הצלע $AC$ על ציר ה־$y$ ואורכה 8. הגובה אליה מ־$B$ הוא שיעור ה־$x$ של $B$ כלומר 4:

$S_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 4=16$

$V=\frac{1}{3}\cdot 16\cdot 12=64$

**תשובה:** $V=64$

**סעיף ה**

עם $k=\frac{1}{3}$:

$\overrightarrow{EF}=\frac{1}{6}\underline{u}+\frac{1}{3}\underline{v}$

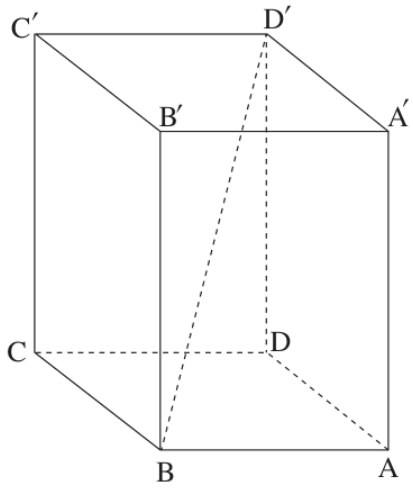
**לא מקבילים:** לווקטור $\overrightarrow{EF}$ יש רכיב של $\underline{v}$. הווקטורים $\underline{u}$ ו־$\underline{v}$ אינם מקבילים ולכן $\overrightarrow{EF}$ אינו מקביל ל־$\overrightarrow{AB}=\underline{u}$.

**לא נחתכים:** הישר $EF$ מקביל למישור $ABC$. הנקודה $E$ אמצע $AD$ ולכן הגובה שלה הוא 6 ולא 0. לכן הישר $EF$ כולו בגובה 6, והישר $AB$ כולו במישור $z=0$. לישרים אין נקודה משותפת.

הישרים לא מקבילים ולא נחתכים ולכן הם מצטלבים.

**תשובה: מצטלבים**

## בגרות קיץ תשפ"ג (2023) – מועד מיוחד • שאלה 2




**2.** נתונה תיבה $ABCDA'B'C'D'$ שהבסיס שלה, $ABCD$, הוא מלבן (ראו סרטוט).

הנקודה $E$ נמצאת על המקצוע $DD'$ כך ש־ $DE : ED' = 3:2$,

הנקודה $F$ נמצאת על האלכסון $BD'$ ומתקיים: $\overrightarrow{BF} = t \cdot \overrightarrow{BD'}$,

$0 < t < 1$ הוא פרמטר.

נסמן: $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$ , $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$ , $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$.

**א.** הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{BD'}$ ו־ $\overrightarrow{FE}$ באמצעות $\underline{w}$ , $\underline{v}$ , $\underline{u}$ ו־ $t$, אם יש צורך.

נתון כי $FE$ מקביל למישור הבסיס $ABCD$.

**ב.** מצאו את $t$.

הנקודה $C$ היא ראשית הצירים.

הנקודה $B$ נמצאת על ציר ה־ $x$ בכיוון החיובי שלו, והנקודה $D$ נמצאת על ציר ה־ $y$ בכיוון החיובי שלו.

נתון: $F(4, 9, 12)$.

**ג.** מצאו את $|\underline{u}|$ , $|\underline{v}|$ , ו־ $|\underline{w}|$.

מן הנקודה $F$ העבירו ישר המאונך למישור $EFBD$.

ישר זה חותך את הפאה $CDD'C'$ בנקודה $P$.

**ד.** מצאו את שיעורי הנקודה $P$.

### פתרון מלא

**סעיף א**

נלך מ־$B$ ל־$D'$ דרך $A$ ו־$D$:

$$\underline{BD'} = \underline{BA} + \underline{AD} + \underline{DD'}$$
$$\underline{BD'} = -\underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$$

הנקודה $E$ מחלקת את המקצוע $DD'$ כך שהקטע $DE$ הוא שלוש חמישיות ממנו:

$$\underline{DE} = \frac{3}{5}\underline{w}$$

לפי הנתון על $F$:

$$\underline{BF} = t \cdot \underline{BD'}$$

נלך מ־$F$ ל־$E$ דרך $B$ ו־$D$:

$$\underline{FE} = \underline{FB} + \underline{BD} + \underline{DE}$$
$$= -t(-\underline{u} + \underline{v} + \underline{w})$$
$$+(-\underline{u} + \underline{v}) + \frac{3}{5}\underline{w}$$

נכנס איברים:

$$\underline{FE} = (t-1)\underline{u} + (1-t)\underline{v}$$
$$+\left(\tfrac{3}{5} - t\right)\underline{w}$$

**תשובה:** $\underline{BD'} = -\underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$
$\underline{FE} = (t-1)\underline{u} + (1-t)\underline{v}$
$+ \left(\frac{3}{5} - t\right)\underline{w}$

**סעיף ב**

מישור הבסיס נפרש על ידי הווקטורים $\underline{u}$ ו־$\underline{v}$ שלו. הווקטור $\underline{w}$ אינו מקביל למישור זה.

הווקטור $\underline{FE}$ מקביל לבסיס רק אם הרכיב שלו בכיוון $\underline{w}$ מתאפס:

$$\frac{3}{5} - t = 0 \;\Rightarrow\; t = \frac{3}{5}$$

הערך נמצא בין 0 ל־1, כנדרש.

**תשובה:** $t = \frac{3}{5}$

**סעיף ג**

נסמן את אורכי המקצועות באותיות, ונרשום את הקודקודים:

$$C(0,0,0), \quad B(b,0,0), \quad D(0,d,0)$$
$$D'(0,\ d,\ h)$$

לפי סעיף ב:

$$\underline{BD'} = (-b,\ d,\ h)$$
$$F = B + \frac{3}{5}\underline{BD'} = \left(\tfrac{2}{5}b,\ \tfrac{3}{5}d,\ \tfrac{3}{5}h\right)$$

נשווה לנקודה הנתונה $F(4,9,12)$:

$$\tfrac{2}{5}b = 4 \;\Rightarrow\; b = 10$$
$$\tfrac{3}{5}d = 9 \;\Rightarrow\; d = 15$$
$$\tfrac{3}{5}h = 12 \;\Rightarrow\; h = 20$$

הקודקוד $A$ הוא $(10,15,0)$, ולכן:

$$\underline{u} = \underline{AB} = (0,\ -15,\ 0)$$
$$\underline{v} = \underline{AD} = (-10,\ 0,\ 0)$$
$$\underline{w} = \underline{AA'} = (0,\ 0,\ 20)$$

**תשובה:** $\underline{u} = (0,-15,0)$
$\underline{v} = (-10,0,0)$
$\underline{w} = (0,0,20)$

**סעיף ד**

הנקודות של המישור:

$$B(10,0,0), \quad D(0,15,0)$$
$$E(0,\ 15,\ 12)$$

הנקודה $E$ נמצאת מעל $D$, בגובה:

$$\frac{3}{5} \cdot 20 = 12$$

שני וקטורים במישור:

$$\underline{BD} = (-10,\ 15,\ 0)$$

$\underline{DE} = (0,\ 0,\ 12)$

נמצא נורמל שמאונך לשניהם. מהווקטור השני הרכיב השלישי של הנורמל הוא 0, ומהראשון:

$-10n_1 + 15n_2 = 0$

$\underline{n} = (3,\ 2,\ 0)$

בדיקה: הנקודה $F$ במישור, כי:

$3 \cdot 4 + 2 \cdot 9 = 30 = 3 \cdot 10$ ✓

הישר מ־$F$ בכיוון הנורמל:

$(x, y, z) = (4,\ 9,\ 12) + s(3,\ 2,\ 0)$

הפאה $CDD'C'$ נמצאת במישור $x = 0$:

$4 + 3s = 0 \ \Rightarrow \ s = -\frac{4}{3}$

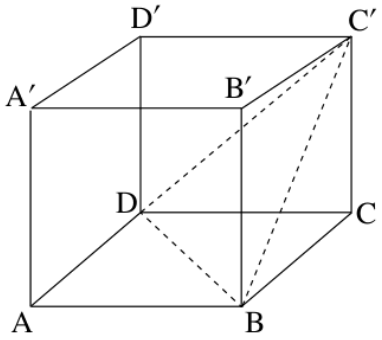
$y = 9 - \frac{8}{3} = \frac{19}{3}$

הנקודה בתוך הפאה (בין 0 ל־15 ובין 0 ל־20), ולכן:

$P\left(0,\ 6\frac{1}{3},\ 12\right)$

**תשובה:** $P\left(0,\ 6\frac{1}{3},\ 12\right)$

## בגרות קיץ תשפ"ג (2023) – מועד א' • שאלה 2




**2.** בסרטוט שלפניכם מתוארת הקובייה $ABCDA'B'C'D'$.

נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$ , $\overrightarrow{AD}=\underline{v}$ , $\overrightarrow{AA'}=\underline{w}$.

**א.** הוכיחו כי האלכסון $CA'$ מאונך למישור $BC'D$.

נקודה $E$ היא מפגש התיכונים במשולש $BC'D$.

**ב.** **(1)** הביעו את הווקטור $\overrightarrow{CE}$ באמצעות $\underline{u}$ , $\underline{v}$ ו־ $\underline{w}$.

**(2)** הוכיחו כי הנקודות $E, C$ ו־ $A'$ נמצאות על ישר אחד.

נתון: $A(4,n,p)$ , $C(3,4,0)$ , $D(0,0,0)$ ו־ $n$ , $p$ הם פרמטרים.

שיעור ה־ $z$ של הנקודה $C'$ הוא חיובי.

**ג.** **(1)** מצאו את שיעורי הנקודה $A$, והוכיחו כי $ABCD$ נמצא במישור $z=0$.

**(2)** מצאו את שיעורי הנקודה $C'$.

$\ell$ הוא ישר החיתוך בין המישור $BC'D$ ובין המישור $BCC'B'$.

**ד.** מצאו הצגה פרמטרית של הישר $\ell$.

**ה.** מצאו הצגה פרמטרית של המישור המכיל את הישר $\ell$ ואינו חותך את ציר ה־ $x$.

### פתרון מלא

---

**סעיף א**

נסמן $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AD}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AA'}=\underline{w}$ – וקטורים מאונכים זה לזה ושווים באורכם.

$$\overrightarrow{CA'}=\underline{w}-\underline{u}-\underline{v}$$

$$\overrightarrow{BD}=\underline{v}-\underline{u},\qquad \overrightarrow{BC'}=\underline{v}+\underline{w}$$

$$\overrightarrow{CA'}\cdot\overrightarrow{BD}=|\underline{u}|^2-|\underline{v}|^2=0$$

$$\overrightarrow{CA'}\cdot\overrightarrow{BC'}=|\underline{w}|^2-|\underline{v}|^2=0$$

$CA'$ מאונך לשני ישרים נחתכים במישור $BC'D$, ולכן מאונך למישור.

**תשובה: הוכחה:** $\overrightarrow{CA'}\cdot\overrightarrow{BD}=0$ **ו־** $\overrightarrow{CA'}\cdot\overrightarrow{BC'}=0$**.**

**סעיף ב (1)**

מפגש התיכונים $E$ הוא ממוצע הקודקודים. ביחס ל־$A$: $B=\underline{u}$, $C'=\underline{u}+\underline{v}+\underline{w}$, $D=\underline{v}$:

$$\overrightarrow{AE}=\frac{2\underline{u}+2\underline{v}+\underline{w}}{3}$$

$$\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{AE}-(\underline{u}+\underline{v})$$

$$=\frac{-\underline{u}-\underline{v}+\underline{w}}{3}$$

**תשובה:** $\overrightarrow{CE}=-\frac{1}{3}\underline{u}-\frac{1}{3}\underline{v}+\frac{1}{3}\underline{w}$

**סעיף ב (2)**

$$\overrightarrow{CE} = \frac{1}{3}\left(\underline{w} - \underline{u} - \underline{v}\right) = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA'}$$

הווקטורים מקבילים ויש להם נקודה משותפת $C$, ולכן $C$, $E$, $A'$ על ישר אחד.

**תשובה: $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA'}$, ולכן הנקודות על ישר אחד.**

**סעיף ג (1)**

$ABCD$ ריבוע, ולכן $\overrightarrow{DA} \perp \overrightarrow{DC}$ ו־$|\overrightarrow{DA}| = |\overrightarrow{DC}| = 5$:

$$(4, n, p) \cdot (3, 4, 0) = 0$$
$$12 + 4n = 0 \;\Rightarrow\; n = -3$$
$$16 + 9 + p^2 = 25 \;\Rightarrow\; p = 0$$

**תשובה:** $A(4, -3, 0)$

**סעיף ג (2)**

$A$, $C$, $D$ במישור $z = 0$, ולכן מקצוע $CC'$ מאונך לו ואורכו 5. השיעור $z$ של $C'$ חיובי:

**תשובה:** $C'(3, 4, 5)$

**סעיף ד**

$B = A + C - D = (7, 1, 0)$. שני המישורים $BC'D$ ו־$BCC'B'$ מכילים את $B$ ואת $C'$, ולכן ישר החיתוך עובר בשתיהן:

$$\overrightarrow{BC'} = (-4, 3, 5)$$
$$\ell:\ \underline{x} = (7, 1, 0) + t(-4, 3, 5)$$

**תשובה:** $\underline{x} = (7, 1, 0) + t(-4, 3, 5)$

**סעיף ה**

מישור שאינו חותך את ציר ה־$x$ מקביל לו, ולכן $(1, 0, 0)$ הוא אחד מווקטורי הכיוון שלו:

$$\underline{x} = (7, 1, 0) + t(-4, 3, 5) + s(1, 0, 0)$$

בדיקה: נקודה של המישור שעל ציר ה־$x$ צריכה לקיים $y = 0$ ו־$z = 0$:

$$1 + 3t = 0, \quad 5t = 0$$

מהמשוואה השנייה $t = 0$, ואז הראשונה נותנת $1 = 0$ – סתירה. לכן המישור אינו חותך את ציר ה־$x$. ✓

**תשובה:** $\underline{x} = (7, 1, 0) + t(-4, 3, 5) + s(1, 0, 0)$

## בגרות חורף תשפ"ג (2023) • שאלה 2

**2.** נתונים שני מישורים, $\pi_1$ ו־ $\pi_2$ :

$$\pi_1: \ (k+2)x+y+(k+1)z+11=0$$

$$\pi_2: \ (k+1)x+y+z-5=0$$

k הוא פרמטר.

**א.** הסבירו מדוע בהכרח שני המישורים נחתכים זה עם זה.

ידוע כי ישר החיתוך $\ell_1$ בין שני המישורים מקביל לישר $\ell_2: \ \underline{x}=(1,2,-1)+m(-1,k,k)$ .

**ב.** **(1)** מצאו את הערך של k .

**(2)** מצאו הצגה פרמטרית של הישר $\ell_1$ .

**(3)** מצאו את הזווית בין המישורים $\pi_1$ ו־ $\pi_2$ .

הנקודה P נמצאת על הישר $\ell_1$ ועל מישור [yz] .

הנקודות A ו־ B הן נקודות החיתוך של ציר ה־ y עם המישורים $\pi_1$ ו־ $\pi_2$ בהתאמה.

**ג.** **(1)** מצאו את שיעורי הנקודות A , P ו־ B .

**(2)** מצאו את שטח המשולש APB .

### פתרון מלא

**סעיף א**

וקטורי הנורמל של המישורים:

$$\underline{n_1}=(k+2,\ 1,\ k+1)$$
$$\underline{n_2}=(k+1,\ 1,\ 1)$$

שני מישורים במרחב מקבילים (או מתלכדים) רק אם וקטורי הנורמל שלהם מקבילים, כלומר $\underline{n_1}=\lambda\underline{n_2}$.

ברכיב ה־$y$ שני הווקטורים שווים ל־1, לכן חייב להיות $\lambda=1$. אבל אז ברכיב ה־$x$ צריך להתקיים $k+2=k+1$ – וזה אף פעם לא נכון.

לכן לכל $k$ הנורמלים אינם מקבילים, המישורים אינם מקבילים, ובהכרח נחתכים בישר.

**תשובה: המישורים נחתכים: וקטורי הנורמל שלהם אינם מקבילים לאף ערך של $k$.**

**סעיף ב (1)**

ישר החיתוך מוכל בשני המישורים, ולכן וקטור הכיוון שלו מאונך לשני הנורמלים. וקטור הכיוון הוא $\underline{u}=(-1,k,k)$, ולכן $\underline{u}\cdot\underline{n_2}=0$:

$$-(k+1)+k+k=0$$
$$k-1=0 \ \Rightarrow \ k=1$$

בדיקה מול $\underline{n_1}=(3,1,2)$:

$$\underline{u}\cdot\underline{n_1}=-3+1+2=0 \ \checkmark$$

**תשובה:** $k=1$

**סעיף ב (2)**

עם $k=1$:

$$\pi_1:\ 3x+y+2z+11=0$$
$$\pi_2:\ 2x+y+z-5=0$$

וקטור הכיוון: $(-1,1,1)$. נמצא נקודה משותפת - נציב $x=0$:

$$y+2z=-11$$
$$y+z=5$$

נחסר: $z=-16$, ואז $y=21$. הנקודה $(0,21,-16)$ נמצאת על שני המישורים.

$$\ell_1:\ \underline{x}=(0,21,-16)+t(-1,1,1)$$

**תשובה: לדוגמה:** $\underline{x}=(0,21,-16)+t(-1,1,1)$

**סעיף ב (3)**

הזווית בין המישורים היא הזווית בין וקטורי הנורמל $\underline{n_1}=(3,1,2)$, $\underline{n_2}=(2,1,1)$:

$$\cos\alpha=\frac{|\underline{n_1}\cdot\underline{n_2}|}{|\underline{n_1}|\cdot|\underline{n_2}|}$$
$$=\frac{6+1+2}{\sqrt{14}\cdot\sqrt{6}}=\frac{9}{\sqrt{84}}$$
$$\alpha\approx 10.89^\circ$$

**תשובה:** $\alpha\approx 10.89^\circ$

**סעיף ג (1)**

במישור $yz$ מתקיים $x=0$. על הישר $\ell_1$: $x=-t=0$, כלומר $t=0$, ולכן $P(0,21,-16)$.

על ציר ה־$y$ מתקיים $x=z=0$:

בהצבה ב־$\pi_1$: $y+11=0$, כלומר $y=-11$, ולכן $A(0,-11,0)$.

בהצבה ב־$\pi_2$: $y-5=0$, כלומר $y=5$, ולכן $B(0,5,0)$.

**תשובה:** $P(0,21,-16)$, $A(0,-11,0)$, $B(0,5,0)$

**סעיף ג (2)**

שלוש הנקודות נמצאות במישור $yz$. הצלע $AB$ מונחת על ציר ה־$y$:

$$AB=5-(-11)=16$$

הגובה מ־$P$ לצלע $AB$ הוא המרחק של $P$ מציר ה־$y$ (בתוך מישור $yz$), כלומר $|z_P|=16$.

$$S_{APB}=\frac{16\cdot 16}{2}=128$$

**תשובה:** $S_{APB}=128$

## בגרות קיץ תשפ"ב (2022) – מועד ב' • שאלה 2

**2.** נתונה פירמידה $OABC$ שבסיסה משולש $ABC$.

נסמן: $\overrightarrow{OA}=\underline{u}$ , $\overrightarrow{OB}=\underline{v}$ , $\overrightarrow{OC}=\underline{w}$.

נתון: $\sphericalangle AOB=\sphericalangle BOC=\sphericalangle COA=90^o$ , $|\underline{u}|=|\underline{v}|=|\underline{w}|$.

הנקודה $H$ מקיימת $\overrightarrow{OH}=t\underline{u}+s\underline{v}+k\underline{w}$. $s,t$ ו־$k$ הם פרמטרים.

נתון כי $\overrightarrow{OH}$ מאונך לבסיס $ABC$ של הפירמידה.

**א.** הוכיחו כי $t=s=k$.

הנקודה $M$ נמצאת בבסיס $ABC$ של הפירמידה, והיא נקודת המפגש של תיכוני הבסיס.

**ב.** הוכיחו כי $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{3}\underline{u}+\frac{1}{3}\underline{v}+\frac{1}{3}\underline{w}$, והסבירו מדוע $OM$ הוא גובה לבסיס $ABC$ של הפירמידה.

הנקודה $P$ נמצאת על הישר $\ell$ שעליו מונח הגובה לבסיס $ABC$.

**ג.** הביעו באמצעות $\underline{w}$ , $\underline{v}$ , $\underline{u}$, את הווקטור $\overrightarrow{OP}$ שבעבורו נפח הפירמידה $PABC$ כפול מנפח הפירמידה $OABC$ (שתי אפשרויות).

ממקמים את הפירמידה $OABC$ במערכת צירים. הנקודה $O$ נמצאת בראשית הצירים, הנקודה $A$ נמצאת על החלק החיובי של ציר ה־$x$, הנקודה $B$ על החלק החיובי של ציר ה־$y$, והנקודה $C$ על החלק החיובי של ציר ה־$z$.

נתון: $|\underline{u}|=a$.

**ד.** מצאו את ההצגה הפרמטרית של הישר $\ell$ שעליו נמצא הקטע $OP$.

**ה.** הביעו באמצעות $a$ את משוואת המישור $ABC$.

**ו.** נתון כי נפח הפירמידה $OABC$ הוא $20\frac{5}{6}$. חשבו את $a$.

### פתרון מלא

---

**סעיף א**

המקצועות $OA, OB, OC$ מאונכים זה לזה ושווים זה לזה, לכן:

$$\underline{u}\cdot\underline{v}=\underline{u}\cdot\underline{w}=\underline{v}\cdot\underline{w}=0$$
$$|\underline{u}|^2=|\underline{v}|^2=|\underline{w}|^2=a^2$$

(נסמן ב־$a$ את אורך המקצוע.) $OH$ הוא גובה, ולכן הוא מאונך לכל ישר במישור הבסיס, בפרט ל־ $\overrightarrow{AB}=\underline{v}-\underline{u}$ ול־$\overrightarrow{AC}=\underline{w}-\underline{u}$:

$$\overrightarrow{OH}\cdot(\underline{v}-\underline{u})=0$$
$$(t\underline{u}+s\underline{v}+k\underline{w})\cdot(\underline{v}-\underline{u})=0$$
$$sa^2-ta^2=0\ \Rightarrow\ s=t$$

ובאותו אופן:

$$\overrightarrow{OH}\cdot(\underline{w}-\underline{u})=0$$
$$ka^2-ta^2=0\ \Rightarrow\ k=t$$

לכן $t = s = k$.

**תשובה: הוכחה: $\overrightarrow{OH} \perp \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ נותן $s = t$ ו־$k = t$.**

**סעיף ב**

$M$ נקודת מפגש התיכונים במשולש $ABC$. הקטע מקודקוד למפגש התיכונים הוא $\frac{2}{3}$ מהתיכון, ולכן (עם $D$ אמצע $BC$):

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \tfrac{2}{3}\overrightarrow{AD}$$
$$= \underline{u} + \tfrac{2}{3}\left(\tfrac{1}{2}\underline{v} + \tfrac{1}{2}\underline{w} - \underline{u}\right)$$
$$= \tfrac{1}{3}\underline{u} + \tfrac{1}{3}\underline{v} + \tfrac{1}{3}\underline{w}$$

המקדמים של $\underline{u}, \underline{v}, \underline{w}$ שווים. לפי החישוב בסעיף א, וקטור מהצורה $t(\underline{u} + \underline{v} + \underline{w})$ מאונך ל־$\overrightarrow{AB}$ ול־$\overrightarrow{AC}$, כלומר למישור הבסיס. מכיוון ש־$M$ נמצאת במישור הבסיס, $OM$ הוא הגובה של הפירמידה (ולכן $M = H$).

**תשובה: הוכחה: $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{3}(\underline{u} + \underline{v} + \underline{w})$. מקדמים שווים, ולכן $OM$ מאונך לבסיס.**

**סעיף ג**

$P$ על הישר של הגובה, ולכן $\overrightarrow{OP} = \lambda(\underline{u} + \underline{v} + \underline{w})$. ל־$M$ מתאים $\lambda = \frac{1}{3}$.

לפירמידות $OABC$ ו־$PABC$ אותו בסיס $ABC$, ולכן יחס הנפחים שווה ליחס הגבהים. הנפח של $PABC$ פי $2$, ולכן המרחק של $P$ מהבסיס שווה ל־$2 \cdot OM$:

$$PM = 2\,OM$$

על הישר: $\overrightarrow{MP} = \left(\lambda - \frac{1}{3}\right)(\underline{u} + \underline{v} + \underline{w})$ ו־$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{3}(\underline{u} + \underline{v} + \underline{w})$, לכן:

$$\left|\lambda - \tfrac{1}{3}\right| = 2 \cdot \tfrac{1}{3}$$

מכאן $\lambda = 1$ או $\lambda = -\frac{1}{3}$.

**תשובה: $\overrightarrow{OP} = \underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$ או $\overrightarrow{OP} = -\frac{1}{3}\underline{u} - \frac{1}{3}\underline{v} - \frac{1}{3}\underline{w}$**

**סעיף ד**

במערכת הצירים: $O(0,0,0)$, $A(a,0,0)$, $B(0,a,0)$, $C(0,0,a)$, ולכן:

$$\underline{u} + \underline{v} + \underline{w} = (a,a,a)$$

הישר $\ell$ עובר בראשית ובכיוון $(a,a,a)$, כלומר בכיוון $(1,1,1)$:

$$\ell:\ \underline{x} = t(1,1,1)$$

**תשובה: $\ell:\ \underline{x} = t(1,1,1)$**

**סעיף ה**

וקטור הנורמל למישור $ABC$ הוא כיוון הגובה, $(1,1,1)$:

$$x + y + z + D = 0$$

נציב $A(a,0,0)$: $a + D = 0$, כלומר $D = -a$.

$$x + y + z - a = 0$$

(בדיקה: גם $B$ ו־$C$ מקיימות את המשוואה.)

**תשובה: $x + y + z - a = 0$**

**סעיף ו**

נבחר את $OAB$ כבסיס (משולש ישר־זווית). $OC \perp OA$ ו־$OC \perp OB$ (נתון), ו־$OA$, $OB$ ישרים נחתכים במישור $OAB$. ישר המאונך לשני ישרים נחתכים במישור מאונך למישור, ולכן $OC$ הוא הגובה לבסיס $OAB$:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a \cdot a}{2} \cdot a = \frac{a^3}{6}$$

$$\frac{a^3}{6} = 20\tfrac{5}{6} = \frac{125}{6}$$

$$a^3 = 125 \;\Rightarrow\; a = 5$$

**תשובה:** $a = 5$

## בגרות קיץ תשפ"ב (2022) – מועד א' • שאלה 2

**2.** נתונות ארבע נקודות הנמצאות באותו המישור: $D(-2,5,-4)$ , $C(1,-1,2)$ , $B(7,5,5)$ , $A(4,p,-1)$ ,

$p$ הוא פרמטר.

**א.** מִצאו את משוואת המישור $ABCD$ .

**ב.** חַשבו את ערך הפרמטר $p$ .

**ג.** הוכיחו כי המרובע $ABCD$ הוא ריבוע.

הנקודה $S$ היא קודקוד של פירמידה $SABCD$ שבסיסה $ABCD$ .

המקצוע $SC$ מונח על הישר $\underline{x}=(0,-4,1)+t(1,3,1)$ .

נתון כי נפח הפירמידה הוא $81$ .

**ד.** מִצאו את שיעורי הנקודה $S$ (שתי אפשרויות).

נתון מישור נוסף $\pi$ המאונך למקצוע $SC$ .

**ה.** מִצאו את הזווית שבין המישור $ABCD$ ובין המישור $\pi$ .

### פתרון מלא

---

**סעיף א**

נמצא שני וקטורי כיוון במישור:

$$\overrightarrow{CB}=(6,6,3),\qquad \overrightarrow{CD}=(-3,6,-6)$$

וקטור נורמל $\underline{n}=(a,b,c)$ מאונך לשניהם (נחלק קודם ב־3: $(2,2,1)$ ו־$(-1,2,-2)$):

$$2a+2b+c=0$$

$$-a+2b-2c=0$$

נבחר $a=2$: מהמשוואה השנייה $2b=2+2c$, ומהראשונה $4+2b+c=0$. נקבל $c=-2$, $b=-1$:

$$\underline{n}=(2,-1,-2)$$

$$2x-y-2z+d=0$$

נציב $C(1,-1,2)$: $2+1-4+d=0$, כלומר $d=1$.

$$2x-y-2z+1=0$$

**תשובה:** $2x-y-2z+1=0$

**סעיף ב**

הנקודה $A(4,p,-1)$ במישור:

$$2\cdot 4-p-2\cdot(-1)+1=0$$

$$11-p=0\ \Rightarrow\ p=11$$

**תשובה:** $p=11$

**סעיף ג**

עם $A(4,11,-1)$:

$$\overrightarrow{AB}=(3,-6,6),\qquad \overrightarrow{DC}=(3,-6,6)$$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, ולכן $ABCD$ מקבילית (הנקודות לא על ישר אחד, כי הן קובעות מישור).

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{9 + 36 + 36} = 9$$

$$\overrightarrow{BC} = (-6, -6, -3), \quad |\overrightarrow{BC}| = 9$$

צלעות סמוכות שוות – המקבילית היא מעוין. ובנוסף:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -18 + 36 - 18 = 0$$

מעוין עם זווית ישרה הוא ריבוע.

**תשובה: הוכחה:** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ **(מקבילית),** $AB = BC = 9$ **(מעוין),** $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC}$ **(ריבוע).**

**סעיף ד**

שטח הבסיס: $S = 9^2 = 81$. מנוסחת הנפח:

$$81 = \frac{81 \cdot h}{3} \;\Rightarrow\; h = 3$$

הקודקוד $S$ נמצא על הישר של המקצוע $SC$: $S(t,\ -4+3t,\ 1+t)$, ומרחקו מהמישור $2x - y - 2z + 1 = 0$ הוא 3:

$$\frac{|2t - (-4+3t) - 2(1+t) + 1|}{\sqrt{4+1+4}} = 3$$

$$\frac{|3 - 3t|}{3} = 3$$

$$|1 - t| = 3$$

כלומר $t = -2$ או $t = 4$:

$S(-2, -10, -1)$ או $S(4, 8, 5)$.

**תשובה:** $S(-2, -10, -1)$ **או** $S(4, 8, 5)$

**סעיף ה**

המישור $\pi$ מאונך ל־$SC$, ולכן וקטור הנורמל שלו הוא וקטור הכיוון של $SC$: $(1, 3, 1)$. נורמל המישור $ABCD$: $(2, -1, -2)$.

$$\cos\alpha = \frac{|2 \cdot 1 - 1 \cdot 3 - 2 \cdot 1|}{\sqrt{9} \cdot \sqrt{11}}$$

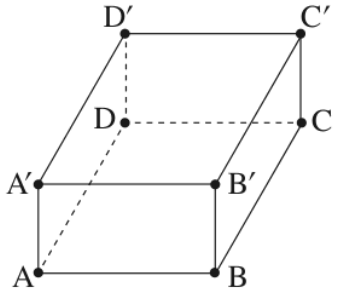
$$= \frac{3}{3\sqrt{11}} = \frac{1}{\sqrt{11}}$$

$$\alpha \approx 72.45^\circ$$

**תשובה:** $\alpha \approx 72.45^\circ$

## בגרות חורף נבצרים תשפ"ב (2022) • שאלה 2

**2.** נתונה מנסרה ישרה $ABCDA'B'C'D'$, שבסיסה הוא מעוין $ABCD$ (ראה סרטוט).




נקודה $F$ נמצאת על המישור $ACD'$ כך ש: $\overrightarrow{D'F} = t\overrightarrow{D'A} + \frac{1}{4}\overrightarrow{D'C}$,

$t$ הוא פרמטר.

נתון: $DF$ מאונך למישור $ACD'$, $\angle ADC = 120^\circ$, $\left|\overrightarrow{DC}\right| = 4$.

נסמן: $\overrightarrow{DD'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{DC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{DA} = \underline{u}$.

**א.** בטא את $\overrightarrow{DF}$ באמצעות $\underline{w}$, $\underline{v}$, $\underline{u}$ ו־$t$.

**ב.** מצא את $t$.

**ג.** חשב את נפח המנסרה.

נתון: הנקודה $D$ היא ראשית הצירים, הקודקוד $A$ נמצא על החלק החיובי של ציר ה־$x$,

הקודקוד $D'$ נמצא על החלק החיובי של ציר ה־$z$, $C = (-2, \sqrt{12}, 0)$.

**ד.** מצא את שיעורי הנקודה $F$.

### פתרון מלא

---

**סעיף א**

$$\overrightarrow{D'A} = \underline{u} - \underline{w}, \qquad \overrightarrow{D'C} = \underline{v} - \underline{w}$$

$$\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{D'F}$$

$$= \underline{w} + t(\underline{u} - \underline{w}) + \frac{1}{4}(\underline{v} - \underline{w})$$

$$= t\,\underline{u} + \frac{1}{4}\underline{v} + \left(\frac{3}{4} - t\right)\underline{w}$$

**תשובה:** $\overrightarrow{DF} = t\underline{u} + \frac{1}{4}\underline{v} + \left(\frac{3}{4} - t\right)\underline{w}$

**סעיף ב**

נתונים: $|\underline{u}| = |\underline{v}| = 4$, $\underline{u} \cdot \underline{v} = 4 \cdot 4\cos 120^\circ = -8$, ו־$\underline{w}$ מאונך ל־$\underline{u}$ ול־$\underline{v}$.

$DF$ מאונך למישור $ACD'$, ולכן מאונך ל־$\overrightarrow{AC} = \underline{v} - \underline{u}$:

$$t\,\underline{u} \cdot \underline{v} + \frac{1}{4}|\underline{v}|^2$$

$$-t|\underline{u}|^2 - \frac{1}{4}\underline{u} \cdot \underline{v} = 0$$

$$-8t + 4 - 16t + 2 = 0$$

$$t = \frac{1}{4}$$

**תשובה:** $t = \frac{1}{4}$

**סעיף ג**

$DF$ מאונך גם ל־$\overrightarrow{D'A} = \underline{u} - \underline{w}$. עם $t = \frac{1}{4}$:

$$\overrightarrow{DF} = \frac{1}{4}\underline{u} + \frac{1}{4}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$$
$$\overrightarrow{DF} \cdot (\underline{u} - \underline{w}) = 0$$
$$4 - 2 - \frac{1}{2}|\underline{w}|^2 = 0$$
$$|\underline{w}|^2 = 4 \;\Rightarrow\; h = 2$$

שטח בסיס המעוין:

$$S = 4 \cdot 4 \cdot \sin 120^\circ = 8\sqrt{3}$$
$$V = S \cdot h = 16\sqrt{3} \approx 27.71$$

**תשובה:** $V = 16\sqrt{3} \approx 27.71$

**סעיף ד**

$D(0,0,0)$, $A(4,0,0)$ על ציר ה־$x$ החיובי, $C(-2,\ 2\sqrt{3},\ 0)$, $D'(0,0,2)$:

$$\overrightarrow{DF} = \frac{1}{4}(4,0,0) + \frac{1}{4}(-2, 2\sqrt{3}, 0)$$
$$+\frac{1}{2}(0,0,2)$$
$$= \left(\frac{1}{2},\ \frac{\sqrt{3}}{2},\ 1\right)$$

**תשובה:** $F\left(\frac{1}{2},\ \frac{\sqrt{3}}{2},\ 1\right)$

## בגרות חורף תשפ"ב (2022) • שאלה 2

**2.** נתונים שני מישורים: $\pi_1 : z - 3 = 0$ , $\pi_2 : ay + z - 8 = 0$ . a הוא פרמטר שונה מ־0.
הזווית בין המישורים היא $45^o$ .

**א.** מצא את הערכים האפשריים בעבור הפרמטר a .

הנקודה $A(2 , -2,6)$ נמצאת על אחד המישורים הנתונים. מן הנקודה A הורידו אנך למישור האחר.
האנך חותך את המישור האחר בנקודה B .

**ב.** מצא את אורך הקטע AB .

$\ell$ הוא ישר החיתוך בין שני המישורים $\pi_1$ ו־$\pi_2$ .

**ג.** מצא את ההצגה הפרמטרית של $\ell$ .

מן הנקודה B העבירו אנך לישר $\ell$ . האנך חותך את הישר $\ell$ בנקודה C .

**ד.** מצא את שטח המשולש ABC (תוכל לסרטט את המשולש במערכת צירים לשם כך).

### פתרון מלא

---

**סעיף א**

וקטורי הנורמל: $\underline{n}_1 = (0,0,1)$, $\underline{n}_2 = (0,a,1)$.

$$\cos 45^\circ = \frac{|\underline{n}_1 \cdot \underline{n}_2|}{|\underline{n}_1|\,|\underline{n}_2|}$$
$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{a^2+1}}$$
$$a^2 + 1 = 2 \;\Rightarrow\; a = \pm 1$$

**תשובה:** $a = 1$ **או** $a = -1$

**סעיף ב**

הנקודה $A(2,-2,6)$ אינה על $\pi_1$ (כי $z \neq 3$), ולכן היא על $\pi_2$:

$$a \cdot (-2) + 6 - 8 = 0 \;\Rightarrow\; a = -1$$

$\pi_1$ הוא המישור $z = 3$, ולכן האנך מ־$A$ אליו מקביל לציר ה־$z$:

$$B(2,-2,3)$$
$$AB = 6 - 3 = 3$$

**תשובה:** $AB = 3$ **(עם** $a = -1$**)**

**סעיף ג**

$\pi_1 : \; z = 3$ ו־$\pi_2 : \; -y + z - 8 = 0$. נציב $z = 3$ ב־$\pi_2$:

$$-y + 3 - 8 = 0 \;\Rightarrow\; y = -5$$

$x$ חופשי, ולכן:

$$\ell : \; \underline{x} = (0,-5,3) + t(1,0,0)$$

**תשובה:** $\underline{x} = (0,-5,3) + t(1,0,0)$

**סעיף ד**

נקודה כללית על הישר: $C(t,-5,3)$. האנך מ־$B$ מאונך לכיוון $(1,0,0)$:

$$\overrightarrow{BC} \cdot (1,0,0) = t - 2 = 0$$
$$C(2,-5,3)$$

$\overrightarrow{AB} = (0,0,-3)$ ו־$\overrightarrow{BC} = (0,-3,0)$ מאונכים, ולכן המשולש ישר־זווית ב־$B$:

$$S = \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{3 \cdot 3}{2} = 4.5$$

**תשובה:** $S = 4.5$

---

הפתרונות נכתבו בעזרת בינה מלאכותית ונבדקו, אך ייתכנו טעויות – ללא אחריות. מומלץ להשוות לפתרון הרשמי.