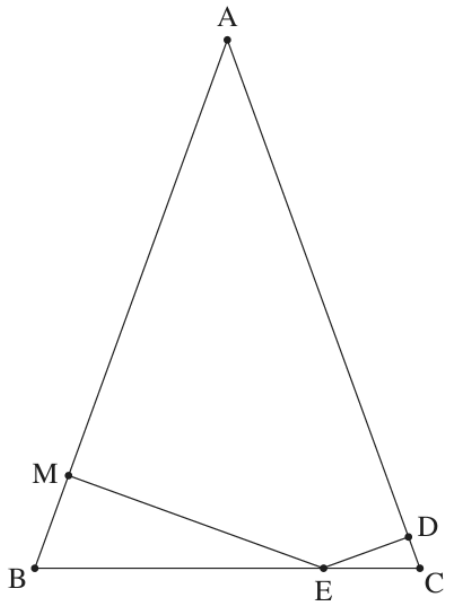
טריגונומטרייה במישור – כל השאלות עם תשובות סופיות

הכנה לבגרות במתמטיקה – 5 יחידות, כיתה י״א (שאלון 571) • 17 שאלות

בגרות קיץ תשפ״ו (2026) – מועד ב׳ • שאלה 5



5. בסרטוט שלפניכם משולש שווה שוקיים ABC $(AB = AC)$.

הנקודה E נמצאת על הבסיס BC כך ש־ $BE = 3 \cdot EC$.

הנקודה D נמצאת על הצלע AC כך ש־ ED מאונך ל־ AC.

הנקודה M נמצאת על הצלע AB כך ש־ EM מאונך ל־ AB.

נסמן: $EC = k$, $\sphericalangle ABC = \alpha$, $30^o < \alpha < 90^o$.

א. הביעו באמצעות k ו־ α את אורכי הקטעים DE ו־ ME.

נתון כי סכום שטחי המשולשים CED ו־ BEM הוא $1.6k^2$.

ב. מצאו את הערך של α.

נתון כי אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש AED הוא 29.

ג. מצאו את הערך של k.

תשובות סופיות

סעיף א

$$DE = k\sin\alpha, \quad ME = 3k\sin\alpha$$

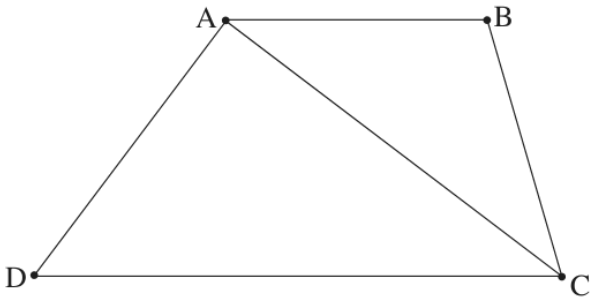
סעיף ב

$$\alpha \approx 70.10^\circ$$

סעיף ג

$$k \approx 10.33$$

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד א' • שאלה 5



5. בסרטוט שלפניכם טרפז $ABCD$ $(AB \parallel DC)$.

נתון כי אורך הבסיס AB שווה לאורך הצלע BC.

נסמן: $AB = BC = k$, $\sphericalangle ACB = \alpha$, $0^o < \alpha < 90^o$.

א. הראו כי $AC = 2k \cdot \cos\alpha$.

נתון: $AD = 1.2k$, $DC = 2k$.

ב. מצאו את הערך של α.

ג. מצאו את גודל הזווית ADC.

המשכי הצלעות DA ו־ CB נחתכים בנקודה E.

נתון כי האורך של רדיוס המעגל <u>החסום</u> במשולש EDC הוא 14.

ד. מצאו את הערך של k.

תשובות סופיות

סעיף א

הוכחה לפי משפט הסינוסים במשולש ABC.

סעיף ב

הזווית: $\alpha \approx 36.87^\circ$

סעיף ג

הזווית: $\angle ADC \approx 53.13^\circ$

סעיף ד

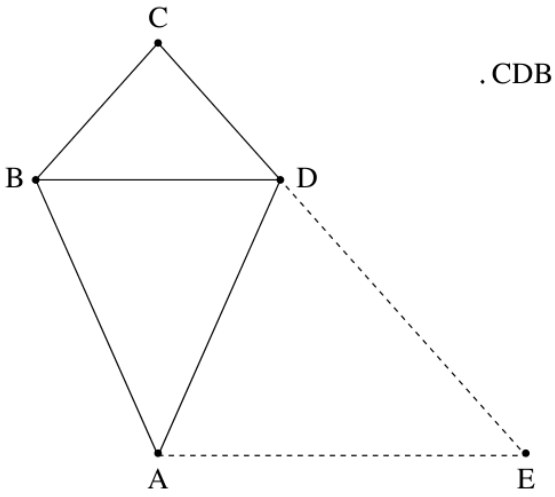
$k = \frac{70}{3} \approx 23.33$

בגרות חורף תשפ"ו (2026) • שאלה 5

5. בסרטוט שלפניכם דלתון $ABCD$ ($CB = CD$, $AB = AD$).

נתון: $\sphericalangle BAD = \sphericalangle CDB = 2\alpha$, $0^o < \alpha < 45^o$.

נסמן: $AB = k$.



א. הביעו באמצעות k ו־ α את רדיוס המעגל החוסם את המשולש CDB.

נתון כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD גדול פי $\frac{4}{3}$ מרדיוס המעגל החוסם את המשולש CDB.

ב. מצאו את גודל הזווית BAD.

הנקודה O היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABD.

דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל ל־ BD וחותך את המשך הצלע CD בנקודה E.

נתון כי שטח המשולש AOE הוא 70.

ג. מצאו את הערך של k.

תשובות סופיות

סעיף א

$$R_{CDB} = \frac{k \sin \alpha}{\sin 4\alpha}$$

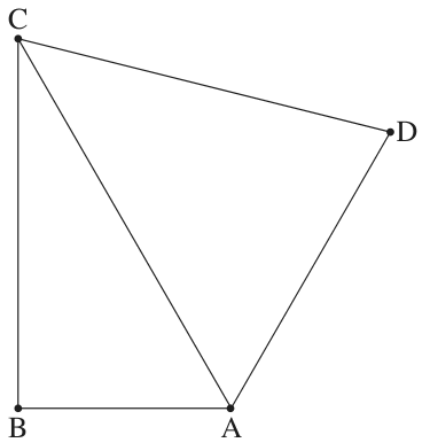
סעיף ב

$$\angle BAD \approx 48.19^\circ$$

סעיף ג

$$k \approx 14.446$$

בגרות קיץ תשפ"ה (2025) – מועד ב' • שאלה 5



5. בסרטוט שלפניכם משולש ישר זווית ABC ($\sphericalangle ABC = 90^o$).

על הצלע AC בנו משולש נוסף ACD כך ש־AC הוא חוצה זווית BAD.

נסמן: $AB = k$, $\sphericalangle CAB = \alpha$.

א. הביעו באמצעות k ו־α את האורך של AC.

נתון: $AD = 1.5 \cdot k$, $CD = \sqrt{3.25} \cdot k$.

ב. חשבו את הערך של α.

הציבו $\alpha = 60^o$ וענו על סעיפים ג–ד.

הנקודה M היא מרכז המעגל <u>החסום</u> במשולש ABC.

ג. הביעו באמצעות k את רדיוס המעגל החסום במשולש ABC.

הנקודה E היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABC.

נתון: $ME = 6$.

ד. חשבו את הערך של k.

תשובות סופיות

סעיף א

$$AC = \frac{k}{\cos\alpha}$$

סעיף ב

$$\alpha = 60^\circ$$

סעיף ג

$$r = \frac{\sqrt{3}-1}{2}\,k \approx 0.366k$$

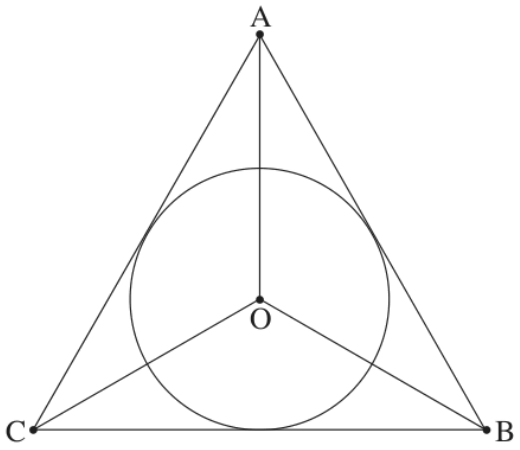
סעיף ד

$$k = \frac{6}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} \approx 11.59$$

בגרות קיץ תשפ"ה (2025) – מועד א' • שאלה 5

5. במשולש שווה שוקיים ABC $(AC = AB)$ חסום מעגל שמרכזו בנקודה O ורדיוסו r (ראו סרטוט).

נסמן: $\sphericalangle ACB = 2\alpha$.



א. **(1)** הביעו באמצעות r ו־ α את אורך הקטע CO .

(2) הביעו באמצעות r ו־ α את אורך הצלע AC .

נתון כי אורך הצלע AC גדול פי $\sqrt{3}$ מאורך הקטע CO .

ב. מצאו את הערך של α .

הציבו $\alpha = 30^{o}$ וענו על הסעיפים ג–ד.

המעגל חותך את הקטע BO בנקודה K .

נתון כי אורך הקטע CK הוא $\sqrt{175}$.

ג. מצאו את הערך של r .

הנקודה E נמצאת על הצלע CB .

נתון כי שטח המשולש CKE הוא 18 .

ד. חשבו את אורך הקטע BE .

תשובות סופיות

סעיף א (1)

$$CO = \frac{r}{\sin\alpha}$$

סעיף א (2)

$$AC = \frac{r\cos\alpha}{\sin\alpha\cdot\cos 2\alpha}$$

סעיף ב

$$\alpha = 30^\circ$$

סעיף ג

$$r = 5$$

סעיף ד

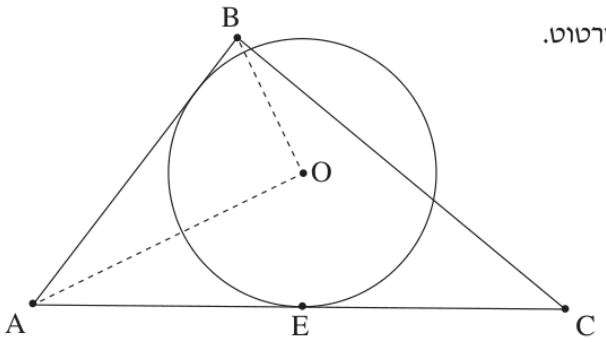
$$BE = 10\sqrt{3} - 14.4 \approx 2.92$$

בגרות חורף תשפ"ה (2025) • שאלה 5

5. נתון מעגל שמרכזו O ורדיוסו R.

מן הנקודה A העבירו שני ישרים AB ו־AC המשיקים למעגל.

הנקודה E היא נקודת ההשקה של הישר AC למעגל, כמתואר בסרטוט.



נתון: $AE = CE$, $BO \perp AO$.

נסמן ב־2β את הזווית BAC.

א. הביעו באמצעות R ו־β את האורך של AB.

נתון כי האורך של AB הוא $2.5R$,

והזווית BAC היא זווית חדה.

ב. מצאו את הערך של β.

ג. מצאו את היחס בין שטח המשולש ABC ובין שטח המשולש AOB.

נתון כי האורך של רדיוס המעגל <u>החוסם</u> את המשולש ABC הוא 8.

ד. מצאו את הערך של R.

תשובות סופיות

סעיף א

$$AB = \frac{2R}{\sin 2\beta} = \frac{R}{\sin\beta\cos\beta}$$

סעיף ב

$$\beta \approx 26.57^\circ$$

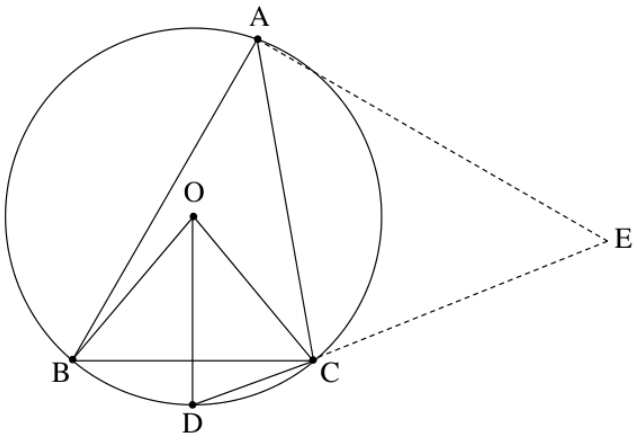
סעיף ג

$$\frac{S_{ABC}}{S_{AOB}} = \frac{16}{5} = 3.2$$

סעיף ד

$$R \approx 4$$

בגרות קיץ תשפ"ד (2024) – מועד ב' • שאלה 5



5. משולש ABC חד זוויות חסום במעגל שמרכזו O ורדיוסו R.

הנקודה D היא אמצע הקשת הקטנה BC, כמתואר בסרטוט.

נתון: $\sphericalangle ABC = 60^o$.

נסמן: $\sphericalangle BAC = \alpha$.

א. הביעו באמצעות R ו־α את שטחי המשולשים ABC ו־ODC.

נתון כי היחס בין שטח המשולש ABC ובין שטח המשולש ODC הוא $2\sqrt{3}\sin(80^o)$.

ב. מצאו את הערך של α.

הנקודה E נמצאת על המשך המיתר DC כך ש־$\sphericalangle CAE = 50^o$, כמתואר בסרטוט.

ג. הביעו באמצעות R את רדיוס המעגל <u>החסום</u> במשולש ACE.

תשובות סופיות

סעיף א

$$S_{ABC} = \sqrt{3}R^2 \sin\alpha \sin(120^\circ - \alpha)$$
$$S_{ODC} = \tfrac{1}{2}R^2 \sin\alpha$$

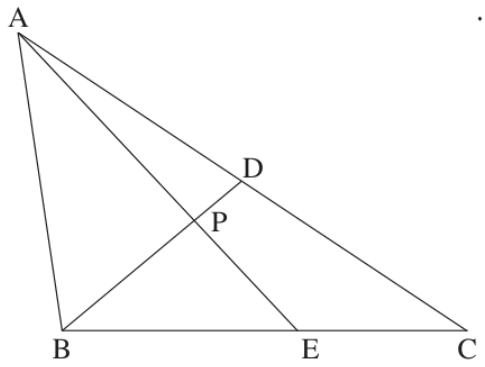
סעיף ב

$$\alpha = 40^\circ$$

סעיף ג

$$r \approx 0.519R$$

בגרות קיץ תשפ"ד (2024) – מועד א' • שאלה 5



5. במשולש ABC, BD הוא תיכון לצלע AC. הנקודה E נמצאת על הצלע BC.

BD ו־AE נחתכים בנקודה P (ראו סרטוט).

נתון: $BP = 3 \cdot PD$.

נסמן: $AB = k$, $\sphericalangle BAP = \alpha$, $\sphericalangle ABP = \beta$, $\alpha < \beta$.

א. הביעו באמצעות α, β ו־k את אורכי הקטעים AP ו־BP.

נתון כי AE ו־BD מאונכים זה לזה, וכי שטח המשולש ABD הוא $\frac{1}{4}k^2$.

ב. מצאו את גודל הזווית α.

ג. מצאו את היחס בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש AEC

ובין רדיוס המעגל החוסם את המשולש AEB.

ד. מצאו את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש AEC, כך שמתקיים $\sphericalangle ABC = 90^o$.

הביעו את תשובתכם באמצעות k.

תשובות סופיות

סעיף א

$$AP = \frac{k \sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$$
$$BP = \frac{k \sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$$

סעיף ב

$$\alpha \approx 24.3^\circ$$

סעיף ג

היחס: $\frac{R_{AEC}}{R_{AEB}} \approx 1.843$

סעיף ד

רדיוס: $\frac{4k}{\sqrt{15}} \approx 1.033k$ – אין לסעיף זה תשובה במפתח הרשמי.

בגרות חורף תשפ"ד (2024) • שאלה 5

5. נתון מעגל שמרכזו O והרדיוס שלו R.

מנקודה E, הנמצאת מחוץ למעגל, העבירו ישר החותך את המעגל

בנקודות A ו־B, כמתואר בסרטוט.

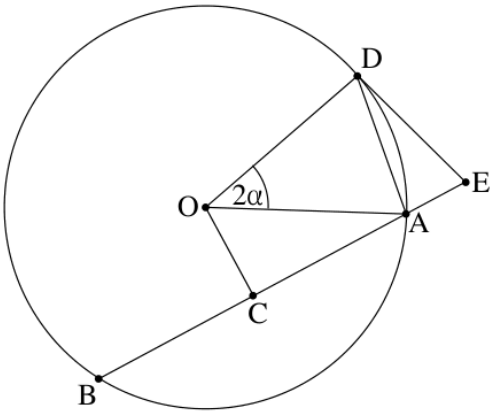
הנקודה D נמצאת על הקשת הגדולה AB,

כך שהקטע ED משיק למעגל.

הנקודה C היא אמצע המיתר AB.

נסמן את הזווית בין הרדיוסים OD ו־OA ב־2α $(\alpha < 60^o)$.

נתון: המרחק של הנקודה O מן המיתר AB הוא $0.5R$.



א. מצאו את זוויות המרובע $DOCE$. הביעו באמצעות α אם יש צורך.

ב. הביעו באמצעות R ו־α את אורך הקטע DE.

נתון כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש AOD הוא $\frac{4}{7}R$.

ג. מצאו את α.

ד. מצאו את היחס בין שטח המעגל החוסם את המרובע $DOCE$ ובין שטח המעגל הנתון.

תשובות סופיות

סעיף א

$$\angle DEC = 120^\circ - 2\alpha \,, \angle DOC = 60^\circ + 2\alpha \,, \angle ODE = \angle OCE = 90^\circ$$

סעיף ב

$$DE = \frac{2R\sin\alpha\sin(60^\circ + \alpha)}{\sin(120^\circ - 2\alpha)}$$

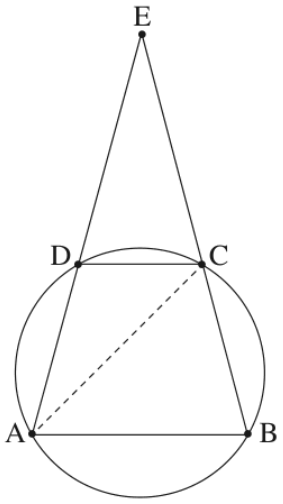
סעיף ג

$$\alpha \approx 28.96^\circ$$

סעיף ד

$$\approx 0.55$$

בגרות קיץ תשפ"ג (2023) – מועד ב' • שאלה 5



5. נתון טרפז $ABCD$ $(AB \parallel DC)$, החסום במעגל.

המשכי הצלעות AD ו־BC נפגשים בנקודה E, כמתואר בסרטוט.

נתון: $\sphericalangle ACB = 60^\circ$.

נסמן: $AC = k$, $\sphericalangle CDE = \alpha$.

א. **(1)** מצאו את זוויות המשולש ACE (הביעו באמצעות α אם יש צורך).

(2) הביעו באמצעות α ו־k את אורכי הצלעות AB ו־DC.

נתון כי שטח המשולש ABE גדול פי 3 משטח המשולש DCE.

ב. מצאו את גודל הזווית α.

ג. מצאו את הערך של k שבעבורו אורך התיכון לצלע EC במשולש AEC הוא $\sqrt{7}$.

תשובות סופיות

סעיף א (1)

$$\angle ACE = 120^\circ$$
$$\angle CAE = 2\alpha - 120^\circ$$
$$\angle AEC = 180^\circ - 2\alpha$$

סעיף א (2)

$$AB = \frac{\sqrt{3}\,k}{2\sin\alpha}$$
$$DC = \frac{k\sin(2\alpha - 120^\circ)}{\sin\alpha}$$

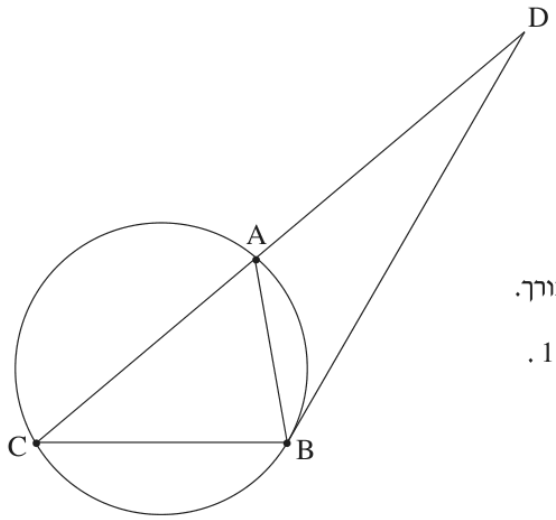
סעיף ב

$$\alpha = 75^\circ$$

סעיף ג

$$k = 2$$

בגרות קיץ תשפ"ג (2023) – מועד מיוחד • שאלה 5



5. המשולש ABC חסום במעגל שהרדיוס שלו הוא R.

המשיק למעגל בנקודה B חותך את המשך הצלע CA בנקודה D, כמתואר בסרטוט.

נסמן: $\sphericalangle ABD = \alpha$.

נתון: $\sphericalangle DBC = 120^\circ$.

א. הביעו את אורכי הצלעות AB ו־BC באמצעות R ו־α, אם יש צורך.

נתון: היחס בין שטח המשולש BDC ובין שטח המשולש BDA הוא 1.8.

ב. מצאו את α.

נתון כי רדיוס המעגל החסום במשולש BDA הוא 4.

ג. מצאו את R.

תשובות סופיות

סעיף א

$AB = 2R\sin\alpha$ ו־$BC = \sqrt{3}R$

סעיף ב

$\alpha \approx 40.2^\circ$

סעיף ג

$R \approx 10.25$

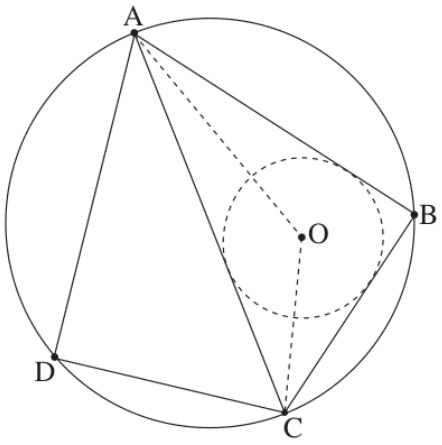
בגרות קיץ תשפ"ג (2023) – מועד א' • שאלה 5

5. דלתון $ABCD$ חסום במעגל שרדיוסו R.

המיתר AC הוא האלכסון הראשי של הדלתון.

הנקודה O היא מרכז המעגל החסום במשולש ABC (ראו סרטוט).

נסמן: $\sphericalangle CAB = \alpha$.



א. **(1)** מצאו את זוויות המשולש AOC (הביעו באמצעות α במידת הצורך).

(2) הביעו את אורך הקטע AO באמצעות α ו־R.

נתון כי אורך הקטע AO הוא $R\sqrt{2}$.

ב. מצאו את גודל הזווית α.

נתון כי שטח הדלתון הוא $25\sqrt{3}$.

ג. מצאו את R.

ד. חשבו את המרחק בין מרכז המעגל החוסם את הדלתון לבין מרכז המעגל החסום במשולש ABC.

תשובות סופיות

סעיף א (1)

$$\angle AOC = 135^\circ \text{, } \angle OCA = 45^\circ - \frac{\alpha}{2} \text{, } \angle OAC = \frac{\alpha}{2}$$

סעיף א (2)

$$AO = 2\sqrt{2}\,R\sin\left(45^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)$$

סעיף ב

$$\alpha = 30^\circ$$

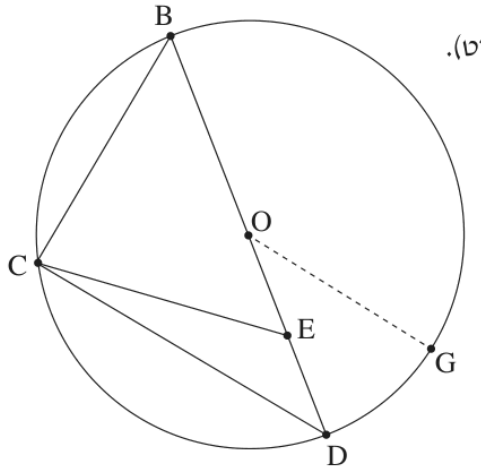
סעיף ג

$$R = 5$$

סעיף ד

$$\approx 2.59$$

בגרות חורף תשפ"ג (2023) • שאלה 5



5. משולש BCD חסום במעגל שמרכזו בנקודה O ורדיוסו R.

הנקודות O ו־E נמצאות על הצלע BD כך שמתקיים $OE = ED$ (ראו סרטוט).

נסמן: $CD = m$, $\sphericalangle CDB = \alpha$.

א. הביעו את $\cos\alpha$ באמצעות m ו־R.

ב. הוכיחו כי $CE = \frac{1}{2}\sqrt{2m^2 + R^2}$.

נתון: $BC = EC$.

ג. חשבו את α.

מעבירים רדיוס OG המקביל לצלע CD, כמתואר בסרטוט.

ד. חשבו את גודל הזווית OEG.

תשובות סופיות

סעיף א

$$\cos\alpha = \frac{m}{2R}$$

סעיף ב

הוכחה (משפט הקוסינוסים במשולש CED).

סעיף ג

$$\alpha \approx 37.76^\circ$$

סעיף ד

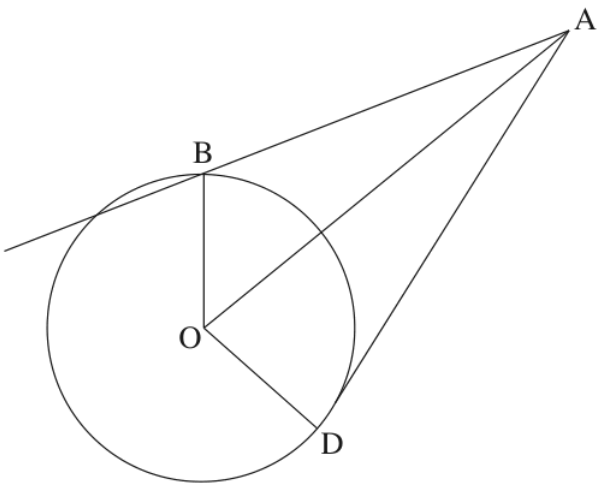
$$\angle OEG \approx 115.38^\circ$$

בגרות קיץ תשפ"ב (2022) – מועד ב' • שאלה 5

5. נתון מעגל שמרכזו בנקודה O ורדיוסו R.

מנקודה A, שמחוץ למעגל, העבירו ישר שמשיק למעגל בנקודה D

וישר אחר, שחותך את המעגל בנקודה B כמתואר בסרטוט.



נסמן: $\sphericalangle AOD = \alpha$, $\sphericalangle AOB = \beta$.

א. הביעו באמצעות α , β ו־ R , אם יש צורך, את:

(1) אורך הקטע AO .

(2) אורך הקטע AB .

נתון: $AB = \sqrt{2}\,R$.

ב. הוכיחו כי $\cos\beta = \frac{\sin^2\alpha}{2\cos\alpha}$.

משולש ADO חסום במעגל אחר, שרדיוסו r .

נתון: $\frac{R}{r} = \frac{2\sqrt{7}}{5}$.

ג. מצאו את גודלי הזוויות α ו־ β .

תשובות סופיות

סעיף א (1)

$$AO = \frac{R}{\cos\alpha}$$

סעיף א (2)

$$AB = R\sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha} + 1 - \frac{2\cos\beta}{\cos\alpha}}$$

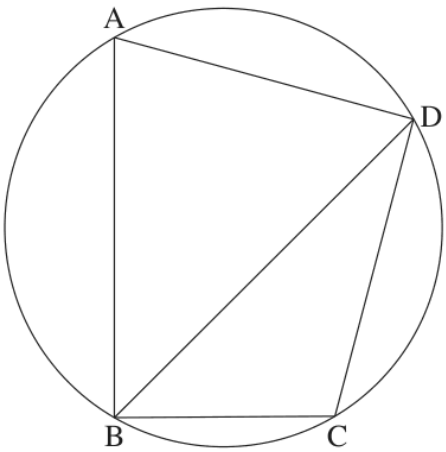
סעיף ב

הוכחה: הצבה בביטוי מסעיף א (2)

סעיף ג

$$\alpha \approx 58.05^\circ$$
$$\beta \approx 47.13^\circ$$

בגרות קיץ תשפ"ב (2022) – מועד א' • שאלה 5



5. מרובע $ABCD$ חסום במעגל שרדיוסו R ומרכזו O (ראו סרטוט).

נסמן: $\sphericalangle DAB = \alpha$, α היא זווית חדה.

א. הָבִיעו את אורך האלכסון BD באמצעות α ו־ R.

נתון: $BC = R$, $CD = R\sqrt{2}$.

ב. חַשבו את α.

נתון: BD הוא חוצה זווית ABC.

ג. חשבו את גודל הזווית ABD.

נסמן ב־ h_1 את הגובה שיורד מקודקוד A במשולש ABD,

וב־ h_2 את הגובה שיורד מקודקוד O במשולש BOD.

ד. חשבו את $\frac{h_1}{h_2}$.

תשובות סופיות

סעיף א

$$BD = 2R\sin\alpha$$

סעיף ב

$$\alpha = 75^\circ$$

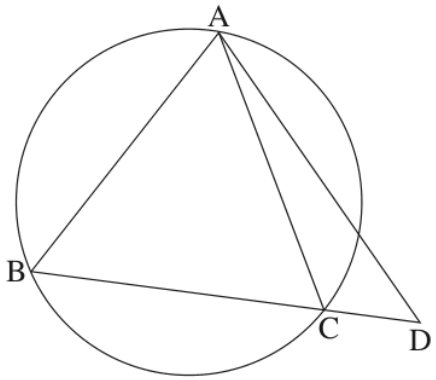
סעיף ג

$$\angle ABD = 45^\circ$$

סעיף ד

$$\frac{h_1}{h_2} = 3 + \sqrt{3} \approx 4.73$$

בגרות חורף נבצרים תשפ"ב (2022) • שאלה 5



5. בציור שלפניך מתואר משולש שווה־שוקיים ABC , $AB = AC$,
שחסום במעגל שרדיוסו R .
האריכו את הבסיס BC עד לנקודה D והעבירו ישר מנקודה D
לנקודה A .
נתון: $\sphericalangle CAD = \alpha$, $\sphericalangle BAC = 2\alpha$.

א. הוכח כי רדיוס המעגל החוסם את משולש ABD
שווה לרדיוס המעגל החוסם את משולש ACD .

ב. הבע את שטח משולש ACD באמצעות R ו־ α .

נסמן ב־ m את היחס בין שטח המשולש ACD לבין שטח המשולש ABC .

ג. **(1)** האם ייתכן כי $m = 0.5$? נמק את תשובתך.

(2) נתון כי $m = 0.6$. מצא את גודלי זוויות המשולש ABC .

תשובות סופיות

סעיף א

הוכחה: לפי משפט הסינוסים, $\sin \angle ACD = \sin \angle ABD$, ולכן הרדיוסים שווים.

סעיף ב

$$S_{ACD} = R^2 \cos^2 \alpha \tan 2\alpha$$

סעיף ג (1)

לא: זה מחייב $\cos 2\alpha = 1$, ואין זווית כזו במשולש.

סעיף ג (2)

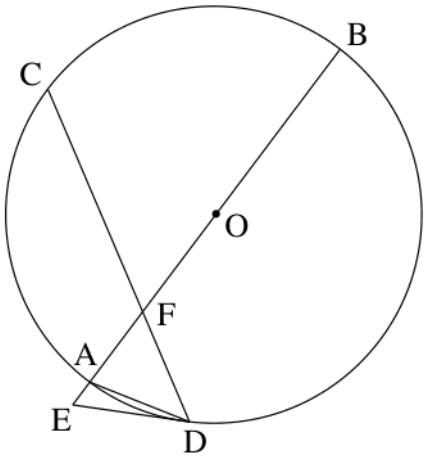
$$\angle BAC \approx 33.56^\circ$$
$$\angle ABC = \angle ACB \approx 73.22^\circ$$

בגרות חורף תשפ"ב (2022) • שאלה 5

5. AB הוא קוטר במעגל שרדיוסו R ומרכזו O. המיתר CD חותך את הקוטר AB בנקודה F.

המשיק למעגל בנקודה D חותך את המשך הקוטר AB בנקודה E (ראה סרטוט).

נסמן: $\sphericalangle ADE = \alpha$.



א. הראה כי $\sphericalangle BAD = 90^o - \alpha$.

נתון כי $ED = FD$.

ב. הבע באמצעות α את גודל $\sphericalangle CDA$.

ג. הבע באמצעות R ו־α את שטח המשולש AFD.

ד. **(1)** הבע באמצעות α את יחס השטחים $\frac{S_{AFD}}{S_{AED}}$.

(2) נתון כי $\frac{S_{AFD}}{S_{AED}} = 1 + \sqrt{3}$.

מצא את α.

תשובות סופיות

סעיף א

הוכחה: $\angle ADB = 90°$ ו־$\angle ABD = \alpha$ (משיק ומיתר), ולכן $\angle BAD = 90° - \alpha$.

סעיף ב

$$\angle CDA = 3\alpha$$

סעיף ג

$$S_{AFD} = R^2 \tan 2\alpha \cdot \sin\alpha \cdot \sin 3\alpha$$

סעיף ד (1)

$$\frac{S_{AFD}}{S_{AED}} = \frac{\sin 3\alpha}{\sin\alpha}$$

סעיף ד (2)

$$\alpha = 15°$$

הפתרונות נכתבו בעזרת בינה מלאכותית ונבדקו, אך ייתכנו טעויות – ללא אחריות. מומלץ להשוות לפתרון הרשמי.