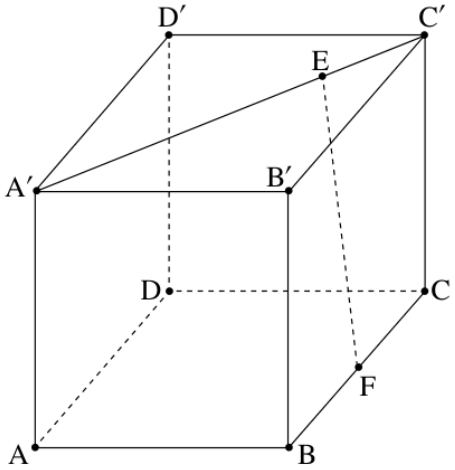
גאומטרייה במרחב (וקטורים) – כל השאלות עם תשובות סופיות

הכנה לבגרות במתמטיקה – 4 יחידות, כיתה י״ב (שאלון 472) • 17 שאלות

בגרות קיץ תשפ״ו (2026) – מועד ב׳ • שאלה 2



2. בסרטוט שלפניכם תיבה $ABCDA'B'C'D'$ שבסיסה $ABCD$ הוא ריבוע.

הנקודה F היא אמצע המקצוע BC.

הנקודה E נמצאת על האלכסון $A'C'$, כך שמתקיים $\overrightarrow{A'E}=\frac{3}{4}\overrightarrow{A'C'}$.

נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{BC}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AA'}=\underline{w}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$ את הווקטורים $\overrightarrow{A'E}$ ו־$\overrightarrow{FE}$.

נתון כי אורך מקצוע הבסיס הוא 4.

ב. חשבו את האורך של הווקטור $\overrightarrow{A'E}$.

נתון: $|\overrightarrow{A'E}|=|\overrightarrow{FE}|$.

ג. הראו כי התיבה היא קובייה.

ד. **(1)** הראו כי $\overrightarrow{FE}$ מאונך ל־$\overrightarrow{A'C'}$.

(2) חשבו את שטח המשולש $A'FC'$.

תשובות סופיות

סעיף א

$$\overrightarrow{A'E}=\tfrac{3}{4}\underline{u}+\tfrac{3}{4}\underline{v}$$

$$\overrightarrow{FE}=-\tfrac{1}{4}\underline{u}+\tfrac{1}{4}\underline{v}+\underline{w}$$

סעיף ב

$$|\overrightarrow{A'E}|=3\sqrt{2}\approx 4.24$$

סעיף ג

אורך המקצוע הצדדי הוא 4, כמו מקצוע הבסיס – לכן התיבה היא קובייה.

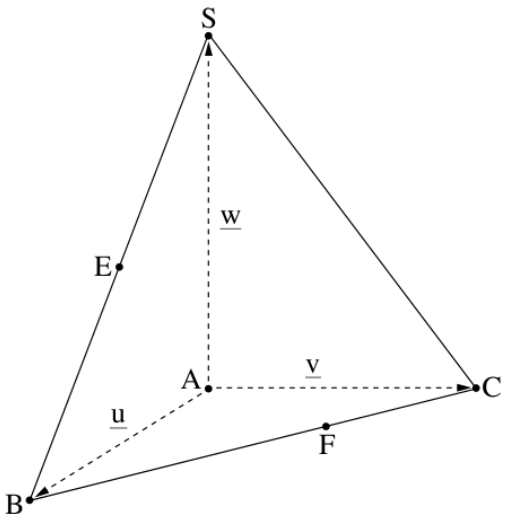
סעיף ד (1)

$\overrightarrow{FE}\cdot\overrightarrow{A'C'}=0$, ולכן הווקטורים מאונכים.

סעיף ד (2)

השטח הוא 12 יח״ר.

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד א' • שאלה 2



2. בסרטוט שלפניכם פירמידה ABCS.

המקצוע AS מאונך למישור הבסיס ABC.

הנקודה E היא אמצע המקצוע BS.

הנקודה F נמצאת על המקצוע BC כך ש־ $\overrightarrow{BF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AC}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AS}=\underline{w}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־ $\underline{w}$ את הווקטורים האלה:

$\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BS}$, $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AF}$.

נתון: $|\underline{w}|=8$, $|\underline{u}|=|\underline{v}|=6$, $\sphericalangle BAC=120^\circ$.

ב. חשבו את נפח הפירמידה.

ג. **(1)** מצאו את הערך של $\underline{u}\cdot\underline{v}$.

(2) הוכיחו כי $\overrightarrow{AE}$ מאונך ל־ $\overrightarrow{AF}$.

ד. **(1)** מצאו את הערך של $|\overrightarrow{AF}|$.

(2) חשבו את שטח המשולש EAF.

תשובות סופיות

סעיף א

$$\overrightarrow{BC}=-\underline{u}+\underline{v},\ \overrightarrow{BS}=-\underline{u}+\underline{w},\ \overrightarrow{AE}=\tfrac{1}{2}\underline{u}+\tfrac{1}{2}\underline{w},\ \overrightarrow{AF}=\tfrac{1}{3}\underline{u}+\tfrac{2}{3}\underline{v}$$

סעיף ב

$V=24\sqrt{3}\approx 41.57$ יחידות נפח

סעיף ג (1)

$$\underline{u}\cdot\underline{v}=-18$$

סעיף ג (2)

$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}=0$, לכן הם מאונכים.

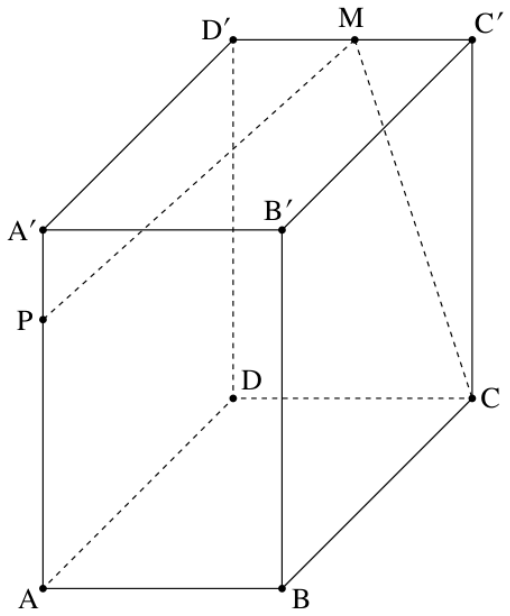
סעיף ד (1)

$$|\overrightarrow{AF}|=2\sqrt{3}\approx 3.46$$

סעיף ד (2)

$S_{EAF}=5\sqrt{3}\approx 8.66$ יחידות שטח

בגרות חורף תשפ"ו (2026) • שאלה 2



2. בסרטוט שלפניכם מנסרה ישרה $ABCDA'B'C'D'$

שבסיסה $ABCD$ הוא מקבילית.

הנקודה M היא אמצע המקצוע $C'D'$,

והנקודה P מקיימת $\overrightarrow{AP}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AA'}$.

נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AD}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AA'}=\underline{w}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־ $\underline{w}$ את הווקטורים $\overrightarrow{CM}$ ו־ $\overrightarrow{PM}$.

נתון: $|\underline{u}|=8$, $|\underline{v}|=10$, $\sphericalangle DAB=60^o$.

ב. מצאו את הערך של כל אחת מן המכפלות הסקלריות האלה:

$\underline{u}\cdot\underline{v}$, $\underline{v}\cdot\underline{w}$, $\underline{u}\cdot\underline{w}$.

נתון: נפח המנסרה הוא $480\sqrt{3}$.

ג. מצאו את הערך של $|\underline{w}|$.

ד. הוכיחו כי $\overrightarrow{PM}$ מאונך ל־ $\overrightarrow{CM}$.

ה. **(1)** הראו כי $|\overrightarrow{PM}|=\sqrt{165}$.

(2) חשבו את שטח המשולש PMC.

תשובות סופיות

סעיף א

$\overrightarrow{PM}=\frac{1}{2}\underline{u}+\underline{v}+\frac{1}{4}\underline{w}$,$\overrightarrow{CM}=-\frac{1}{2}\underline{u}+\underline{w}$

סעיף ב

$\underline{u}\cdot\underline{v}=40$,$\underline{v}\cdot\underline{w}=0$, $\underline{u}\cdot\underline{w}=0$

סעיף ג

$|\underline{w}|=12$

סעיף ד

$\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{CM}=0$, לכן הם מאונכים.

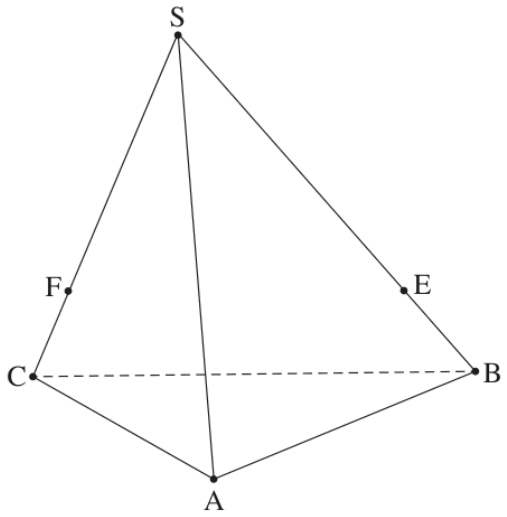
סעיף ה (1)

$|\overrightarrow{PM}|=\sqrt{165}$ (הוכחה)

סעיף ה (2)

$10\sqrt{66}\approx 81.24$ יחידות שטח

בגרות קיץ תשפ"ה (2025) – מועד ב' • שאלה 2



2. בסרטוט שלפניכם פירמידה משולשת $SABC$.

נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AC}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AS}=\underline{w}$.

הנקודה E נמצאת על המקצוע SB, והנקודה F נמצאת על המקצוע SC.

נתון: $\overrightarrow{SE}=\frac{3}{4}\overrightarrow{SB}$, $\overrightarrow{SF}=\frac{3}{4}\overrightarrow{SC}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־ $\underline{w}$ את הווקטורים $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{SF}$ ו־ $\overrightarrow{SE}$.

ב. **(1)** הביעו באמצעות $\underline{u}$ ו־ $\underline{v}$ את הווקטור $\overrightarrow{EF}$.

(2) הסבירו מדוע EF מקביל ל־ BC.

נתון: $B(1,-1,3)$, $C(13,15,3)$.

ג. מצאו את ההצגה האלגברית של הווקטור $\overrightarrow{BC}$ ושל הווקטור $\overrightarrow{EF}$.

נתון: $E(5,1,6)$.

ד. מצאו את שיעורי הנקודה F.

נתון: $A(4,12,3)$.

ה. **(1)** מצאו את גודל הזווית EAF.

(2) חשבו את שטח המשולש EAF.

תשובות סופיות

סעיף א

$$\overrightarrow{BC}=-\underline{u}+\underline{v},\ \overrightarrow{SF}=\frac{3}{4}\underline{v}-\frac{3}{4}\underline{w},\ \overrightarrow{SE}=\frac{3}{4}\underline{u}-\frac{3}{4}\underline{w}$$

סעיף ב (1)

$$\overrightarrow{EF}=-\frac{3}{4}\underline{u}+\frac{3}{4}\underline{v}$$

סעיף ב (2)

$\overrightarrow{EF}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ – כפולה במספר, לכן מקבילים.

סעיף ג

$$\overrightarrow{BC}=(12,16,0),\ \overrightarrow{EF}=(9,12,0)$$

סעיף ד

$$F(14,13,6)$$

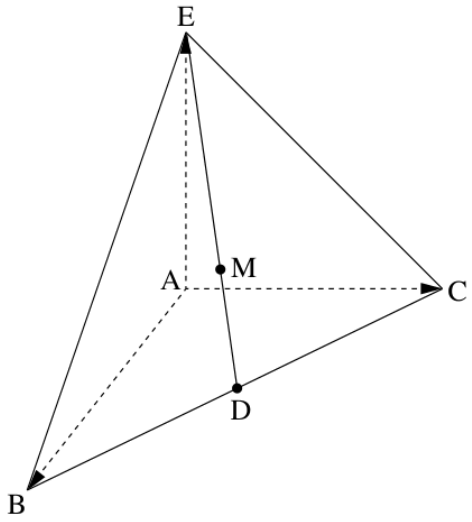
סעיף ה (1)

$$\sphericalangle EAF\approx 86.18^\circ$$

סעיף ה (2)

$S_{EAF}\approx 59.89$ יחידות שטח

בגרות קיץ תשפ"ה (2025) – מועד א' • שאלה 2



2. בסרטוט שלפניכם פירמידה $ABCE$.

הנקודה D היא אמצע המקצוע BC.

הנקודה M נמצאת על ED כך ש־ $\overrightarrow{EM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{ED}$.

המקצוע AE הוא גובה בפירמידה.

נתון: $\sphericalangle BAC=90^o$.

נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AC}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AE}=\underline{w}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־ $\underline{w}$ את הווקטורים $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{ED}$ ו־ $\overrightarrow{AM}$.

נתון: $|\underline{u}|=|\underline{v}|=|\underline{w}|=12$.

ב. **(1)** הוכיחו כי $\overrightarrow{AM}$ מאונך ל־ $\overrightarrow{ED}$.

(2) הוכיחו כי $\overrightarrow{AM}$ מאונך למישור BEC.

נתון: $A(0\,,\,0\,,\,0)$.

הקודקוד B נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ x, הקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ y,

והקודקוד E נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ z.

ג. **(1)** מה הם שיעורי הנקודות B , C ו־ E?

(2) מצאו את שיעורי הנקודות D ו־ M.

ד. חשבו את שטח המשולש AMD.

תשובות סופיות

סעיף א

$\overrightarrow{BC}=-\underline{u}+\underline{v}$, $\overrightarrow{ED}=\frac{1}{2}\underline{u}+\frac{1}{2}\underline{v}-\underline{w}$, $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\underline{u}+\frac{1}{3}\underline{v}+\frac{1}{3}\underline{w}$

סעיף ב (1)

$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{ED}=0$, לכן הם מאונכים.

סעיף ב (2)

$\overrightarrow{AM}$ מאונך ל־ED ול־BC (נחתכים במישור), לכן מאונך למישור BEC.

סעיף ג (1)

$B(12,0,0)$, $C(0,12,0)$, $E(0,0,12)$

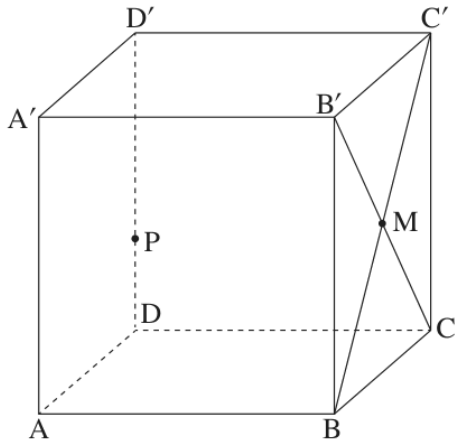
סעיף ג (2)

$D(6,6,0)$, $M(4,4,4)$

סעיף ד

$12\sqrt{2}\approx 16.97$ יחידות שטח

בגרות חורף תשפ"ה (2025) • שאלה 2



2. בסרטוט שלפניכם תיבה $ABCDA'B'C'D'$.

הנקודה M היא מפגש האלכסונים בפאה $BCC'B'$.

נקודה P נמצאת על המקצוע DD' ומקיימת $\overrightarrow{DP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DD'}$.

נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{BC}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AA'}=\underline{w}$.

א. הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{AP}$ ו־ $\overrightarrow{MP}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־ $\underline{w}$.

נתון: $|\underline{u}|=|\underline{w}|=18$, $|\underline{v}|=6$.

ב. **(1)** הוכיחו כי הווקטור $\overrightarrow{AP}$ מאונך לווקטור $\overrightarrow{MP}$.

(2) חשבו את שטח המשולש APM.

נתון: $D(0,0,0)$.

הקודקוד A נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ x,

הקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ y והקודקוד D' נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ z.

ג. **(1)** מצאו את שיעורי הקודקודים C , B , C'.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה M.

ד. מצאו את גודל הזווית PMB.

תשובות סופיות

סעיף א

$$\overrightarrow{AP}=\underline{v}+\frac{1}{3}\underline{w},\ \overrightarrow{MP}=-\underline{u}+\frac{1}{2}\underline{v}-\frac{1}{6}\underline{w}$$

סעיף ב (1)

$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{MP}=0$, לכן הווקטורים מאונכים.

סעיף ב (2)

$$S_{APM}=18\sqrt{19}\approx 78.46$$

סעיף ג (1)

$$C(0,18,0),\ B(6,18,0),\ C'(0,18,18)$$

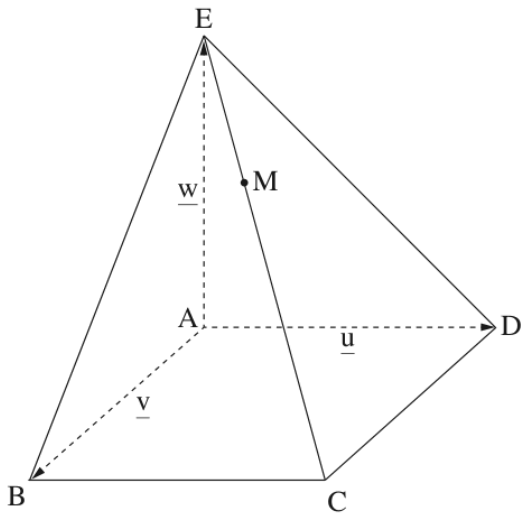
סעיף ג (2)

$$M(3,18,9)$$

סעיף ד

$$\sphericalangle PMB\approx 84.11^\circ$$

בגרות קיץ תשפ"ד (2024) – מועד ב' • שאלה 2



2. בסרטוט שלפניכם פירמידה ABCDE שבסיסה ABCD הוא ריבוע.

הנקודה M נמצאת על המקצוע EC כך שמתקיים $\overrightarrow{CM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CE}$.

AE מאונך לבסיס הפירמידה.

נסמן: $\overrightarrow{AE}=\underline{w}$, $\overrightarrow{AD}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AB}=\underline{v}$.

נתון: $|\underline{w}|=|\underline{u}|$.

א. **(1)** הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{AM}$ באמצעות $\underline{v}$, $\underline{u}$ ו־ $\underline{w}$.

(2) הוכיחו כי $\overrightarrow{AM}$ מאונך ל־ $\overrightarrow{CE}$.

נתון: האורך של צלע הריבוע ABCD הוא 6 , $A(0,0,0)$.

הקודקוד B נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ x.

הקודקוד D נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ y.

הקודקוד E נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ z.

ב. **(1)** מצאו את שיעורי הקודקודים E ו־ C.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה M.

ג. חשבו את שטח המשולש AMC.

תשובות סופיות

סעיף א (1)

$\overrightarrow{CE}=-\underline{u}-\underline{v}+\underline{w}$, $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\underline{u}+\frac{1}{3}\underline{v}+\frac{2}{3}\underline{w}$

סעיף א (2)

$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{CE}=0$, לכן הם מאונכים.

סעיף ב (1)

$E(0,0,6)$, $C(6,6,0)$

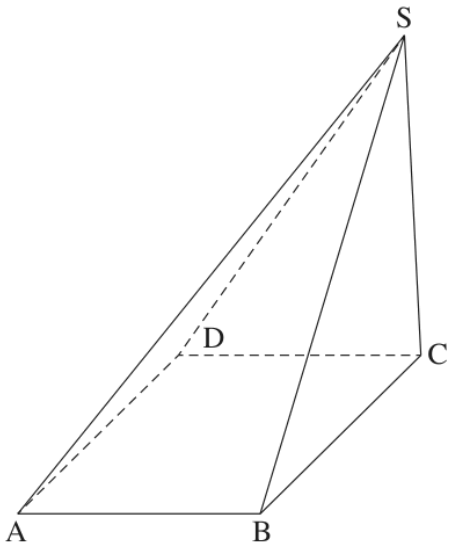
סעיף ב (2)

$M(2,2,4)$

סעיף ג

$12\sqrt{2}\approx 16.97$ יחידות שטח

בגרות קיץ תשפ"ד (2024) – מועד א' • שאלה 2



2. בסרטוט שלפניכם פירמידה SABCD.

הבסיס ABCD הוא ריבוע שאורך צלעו הוא 4.

נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AD}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AS}=\underline{w}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־ $\underline{w}$, אם יש צורך, את הווקטור $\overrightarrow{SD}$.

נתון: $\overrightarrow{SD}\cdot\overrightarrow{AD}=0$.

ב. מצאו את הערך של $\underline{w}\cdot\underline{v}$.

נתון: $\underline{w}\cdot\underline{u}=\underline{w}\cdot\underline{v}$, $\left|\overrightarrow{SC}\right|=\sqrt{17}$.

ג. מצאו את הערך של $\left|\underline{w}\right|$.

ד. **(1)** הוכיחו כי SC מאונך ל־ BC ול־ DC.

(2) מצאו את נפח הפירמידה SABCD.

תשובות סופיות

סעיף א

$$\overrightarrow{SD}=\underline{v}-\underline{w}$$

סעיף ב

$$\underline{w}\cdot\underline{v}=16$$

סעיף ג

$$|\underline{w}|=7$$

סעיף ד (1)

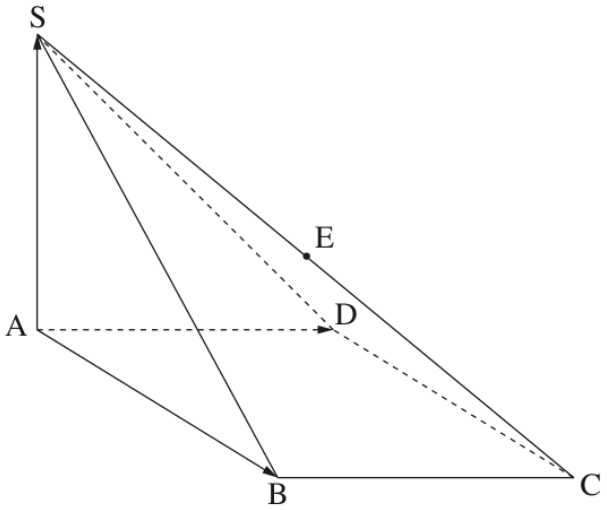
$\overrightarrow{SC}\cdot\overrightarrow{BC}=0$ ו-$\overrightarrow{SC}\cdot\overrightarrow{DC}=0$.

סעיף ד (2)

$V=\frac{16\sqrt{17}}{3}\approx 21.99$ יחידות נפח

בגרות חורף תשפ"ד (2024) • שאלה 2

2. בסרטוט שלפניכם פירמידה מרובעת SABCD שבסיסה ABCD הוא מעוין.



הנקודה E היא אמצע המקצוע SC .

AS מאונך לבסיס הפירמידה.

נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AD}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AS}=\underline{w}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, ו־ $\underline{w}$ את הווקטורים $\overrightarrow{EB}$ ו־ $\overrightarrow{ED}$.

נתון: $|\underline{u}|=|\underline{w}|$, $\sphericalangle BAD=60^o$.

ב. הוכיחו כי $\overrightarrow{EB}$ מאונך ל־ $\overrightarrow{ED}$.

נתון: $A(0,0,0)$, $B(2\sqrt{3},2,0)$.

הקודקוד D נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ y .

שיעור ה־ z של הקודקוד S הוא חיובי.

ג. **(1)** מצאו את אורך המקצוע AB ואת שיעורי הקודקוד S .

(2) חשבו את נפח הפירמידה SABCD .

תשובות סופיות

סעיף א

$\overrightarrow{EB}=\frac{1}{2}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{v}-\frac{1}{2}\underline{w}$, $\overrightarrow{ED}=-\frac{1}{2}\underline{u}+\frac{1}{2}\underline{v}-\frac{1}{2}\underline{w}$

סעיף ב

$\overrightarrow{EB}\cdot\overrightarrow{ED}=0$, לכן הם מאונכים.

סעיף ג (1)

$AB=4$, $S(0,0,4)$

סעיף ג (2)

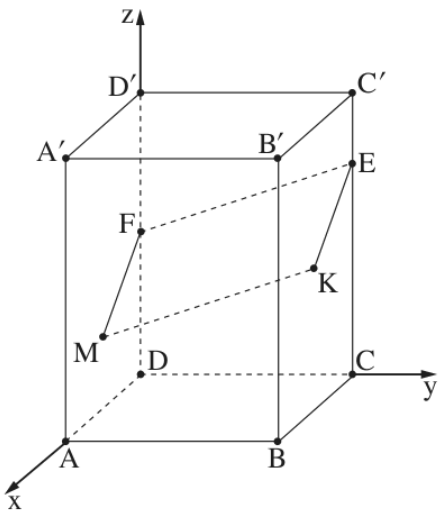
$V=\frac{32}{\sqrt{3}}\approx 18.48$ יחידות נפח

בגרות קיץ תשפ"ג (2023) – מועד ב' • שאלה 1

1. תיבה ממוקמת במערכת צירים כך שהקודקוד D נמצא בראשית הצירים.

הקודקודים A, C, D' נמצאים על החלקים החיוביים של ציר ה־ x, של ציר ה־ y ושל ציר ה־ z בהתאמה (ראו סרטוט).

נתון: $AD = 2$, $DC = 5$, נפח התיבה הוא 80.



א. **(1)** מצאו את שיעורי הקודקוד D'.

(2) כתבו את השיעורים של הקודקודים A, B, C, C'.

נתון: הנקודה E נמצאת על המקצוע CC' ומקיימת: $\overrightarrow{CE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CC'}$.

הנקודה F היא אמצע המקצוע DD',

הנקודה K היא נקודת החיתוך של אלכסוני הפאה $BB'C'C$,

הנקודה M נמצאת על הפאה $AA'D'D$ ומקיימת:

המרובע $FEKM$ הוא מקבילית.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות E, F, K.

ג. **(1)** חשבו את גודל הזווית FEK.

(2) חשבו את שטח המקבילית $FEKM$.

ד. **(1)** מצאו את שיעורי הנקודה M.

(2) הסבירו מדוע הנקודות A, M, F נמצאות על אותו ישר.

(3) חשבו פי כמה שטח המקבילית $FEKM$ גדול משטח המשולש AMK.

תשובות סופיות

סעיף א (1)

$D'(0,0,8)$

סעיף א (2)

$A(2,0,0)$, $B(2,5,0)$, $C(0,5,0)$, $C'(0,5,8)$

סעיף ב

$E(0,5,6)$, $F(0,0,4)$, $K(1,5,4)$

סעיף ג (1)

$\sphericalangle FEK \approx 70.6^\circ$

סעיף ג (2)

$S_{FEKM} \approx 11.36$ יחידות שטח

סעיף ד (1)

$M(1,0,2)$

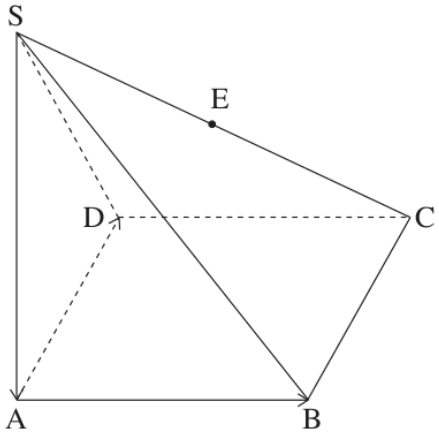
סעיף ד (2)

$\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{AM}$ – וקטורים מקבילים עם נקודה משותפת.

סעיף ד (3)

פי 2

בגרות קיץ תשפ"ג (2023) – מועד מיוחד • שאלה 1



1. נתונה פירמידה $SABCD$ שבסיסה $ABCD$ הוא מלבן.

המקצוע SA מאונך לבסיס הפירמידה.

הנקודה E היא אמצע המקצוע SC (ראו סרטוט).

נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AD}=\underline{v}$ ו־ $\overrightarrow{SA}=\underline{w}$.

א. הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{SC}$, $\overrightarrow{EB}$ ו־ $\overrightarrow{ED}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־ $\underline{w}$.

נתון: $\overrightarrow{EB}$ מאונך ל־ $\overrightarrow{ED}$,

$|\underline{v}|=3$, $|\underline{u}|=4$.

ב. מצאו את $|\underline{w}|$.

נתון: $D(0\,,0\,,0)$,

הצלע AD מונחת על החלק החיובי של ציר ה־ x ,

הצלע DC מונחת על החלק החיובי של ציר ה־ y ,

שיעור ה־ z של הנקודה S הוא חיובי.

ג. מצאו את שיעורי הנקודות $A\,,C$ ו־ S .

ד. חשבו את שטח המשולש DEB .

תשובות סופיות

סעיף א

$$\overrightarrow{SC}=\underline{u}+\underline{v}+\underline{w}$$
$$\overrightarrow{EB}=\tfrac{1}{2}\underline{u}-\tfrac{1}{2}\underline{v}+\tfrac{1}{2}\underline{w}$$
$$\overrightarrow{ED}=-\tfrac{1}{2}\underline{u}+\tfrac{1}{2}\underline{v}+\tfrac{1}{2}\underline{w}$$

סעיף ב

$$|\underline{w}|=5$$

סעיף ג

$$A(3,0,0)$$
$$C(0,4,0)$$
$$S(3,0,5)$$

סעיף ד

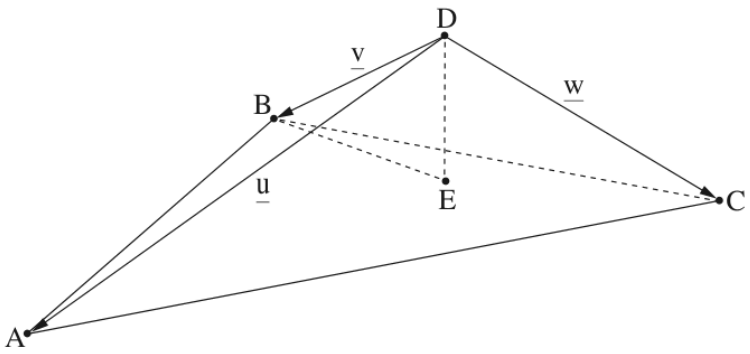
$S_{DEB}=6.25$ יחידות שטח

בגרות קיץ תשפ"ג (2023) – מועד א' • שאלה 1

1. בפירמידה המשולשת ABCD המקצועות AD , BD ו־ CD מאונכים זה לזה (ראו סרטוט).

הנקודה E נמצאת על המישור ABC , ומתקיים:

$\overrightarrow{BE} = \frac{1}{9}\overrightarrow{BA} + \frac{4}{9}\overrightarrow{BC}$.



נסמן: $\overrightarrow{DA} = \underline{u}$, $\overrightarrow{DB} = \underline{v}$, $\overrightarrow{DC} = \underline{w}$.

א. הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DE}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־ $\underline{w}$.

נתון: $|\underline{w}| = |\underline{v}| = 1$, $|\underline{u}| = 2$.

ב. **(1)** חשבו את אורכי המקצועות BA ו־ BC .

(2) חשבו את גודל הזווית ABC .

(3) חשבו את שטח המשולש ABC .

ג. הוכיחו כי הווקטור $\overrightarrow{DE}$ מאונך למישור ABC .

ד. חשבו את נפח הפירמידה ABCD .

תשובות סופיות

סעיף א

$\overrightarrow{DE} = \frac{1}{9}\underline{u} + \frac{4}{9}\underline{v} + \frac{4}{9}\underline{w}$, $\overrightarrow{BC} = \underline{w} - \underline{v}$,$\overrightarrow{BA} = \underline{u} - \underline{v}$

סעיף ב (1)

$BC = \sqrt{2}$,$BA = \sqrt{5}$

סעיף ב (2)

$\angle ABC \approx 71.57°$

סעיף ב (3)

1.5 יחידות שטח

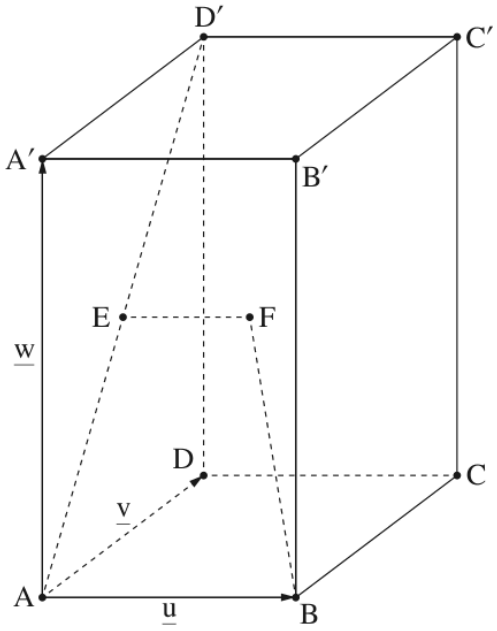
סעיף ג

$\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{BA} = 0$ ו־$\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$, לכן DE מאונך למישור.

סעיף ד

$V = \frac{1}{3}$ יחידות נפח

בגרות חורף תשפ"ג (2023) • שאלה 1



1. בסרטוט שלפניכם מתוארת תיבה $ABCDA'B'C'D'$.

הנקודה E היא מפגש אלכסוני הפאה $AA'D'D$.

נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AD}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AA'}=\underline{w}$.

הנקודה F מקיימת: $\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}\underline{u}$.

א. **(1)** הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{BD'}$ ו־ $\overrightarrow{AE}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־ $\underline{w}$.

(2) הוכיחו: $\overrightarrow{BF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BD'}$.

ב. **(1)** הסבירו מדוע EF מקביל ל־ AB.

(2) הוכיחו: $\overrightarrow{AB}$ מאונך ל־ $\overrightarrow{AE}$.

נתון: בסיס התיבה ABCD הוא ריבוע שאורך צלעו הוא 2.

נפח התיבה הוא 16.

ג. **(1)** חשבו את אורך המקצוע הצדדי של התיבה.

(2) חשבו את אורך הווקטור $\overrightarrow{BF}$.

ד. **(1)** חשבו את גודל הזווית ABF.

(2) מצאו את הגדלים של שאר הזוויות של המרובע AEFB.

תשובות סופיות

סעיף א (1)

$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w}$, $\overrightarrow{BD'}=-\underline{u}+\underline{v}+\underline{w}$

סעיף א (2)

$\overrightarrow{BF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BD'}$ (הוכחה)

סעיף ב (1)

$\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, כלומר כפולה של $\overrightarrow{AB}$.

סעיף ב (2)

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}=0$, לכן הם מאונכים.

סעיף ג (1)

4

סעיף ג (2)

$|\overrightarrow{BF}|=\sqrt{6}\approx 2.45$

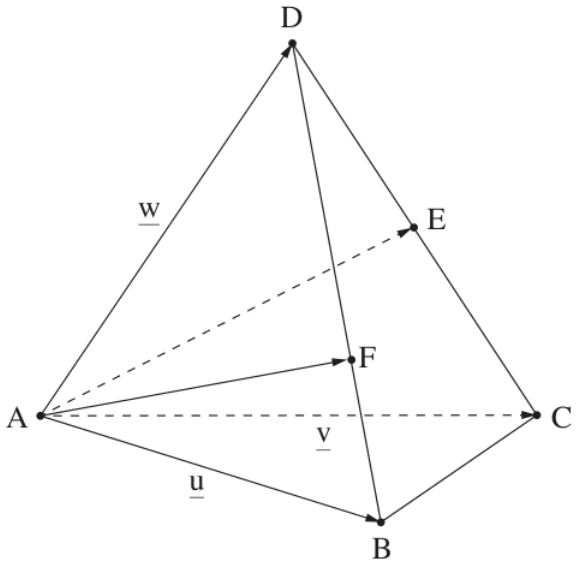
סעיף ד (1)

$\angle ABF\approx 65.91^\circ$

סעיף ד (2)

$\angle EAB=90^\circ$, $\angle AEF=90^\circ$, $\angle EFB\approx 114.09^\circ$

בגרות קיץ תשפ"ב (2022) – מועד ב' • שאלה 1



1. בפירמידה המשולשת ABCD

הפאות ABD ו־ ACD הן משולשים שווי צלעות

(ראו סרטוט).

הנקודה E היא אמצע המקצוע CD .

הנקודה F נמצאת על המקצוע BD

ומחלקת אותו ביחס של $BF : FD = 1 : 2$.

נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{w}$.

נתון: $|\underline{u}| = |\underline{v}| = |\underline{w}| = 6$, $\sphericalangle BAC = 45^o$.

א. חשבו את המכפלות הסקלריות שלפניכם:

$\underline{v} \cdot \underline{w}$, $\underline{u} \cdot \underline{w}$, $\underline{u} \cdot \underline{v}$.

ב. **(1)** הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{CD}$ ו־ $\overrightarrow{BD}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, ו־ $\underline{w}$ (אם יש צורך).

(2) הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{AE}$ ו־ $\overrightarrow{AF}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, ו־ $\underline{w}$ (אם יש צורך).

ג. לפניכם שלוש טענות, **(1)**–**(3)**. קבעו אילו מן הטענות נכונות ואילו אינן נכונות. נמקו את כל תשובותיכם.

(1) $\overrightarrow{CD}$ מאונך ל־ $\overrightarrow{AE}$.

(2) $\overrightarrow{CD}$ מאונך ל־ $\overrightarrow{AF}$.

(3) $\overrightarrow{CD}$ מאונך למישור EAF .

תשובות סופיות

סעיף א

$\underline{u} \cdot \underline{v} = 18\sqrt{2}$,$\underline{u} \cdot \underline{w} = 18$,$\underline{v} \cdot \underline{w} = 18$

סעיף ב (1)

$\overrightarrow{BD} = -\underline{u} + \underline{w}$,$\overrightarrow{CD} = -\underline{v} + \underline{w}$

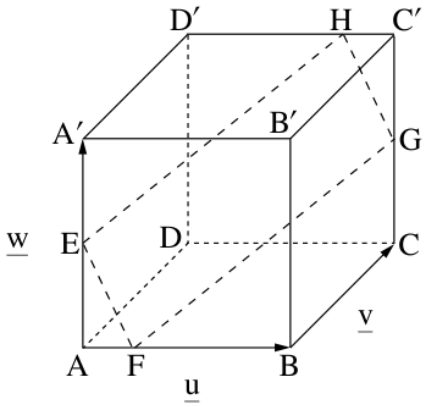
סעיף ב (2)

$\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{w}$,$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$

סעיף ג

(1) נכונה, (2) לא נכונה, (3) לא נכונה.

בגרות קיץ תשפ"ב (2022) – מועד א' • שאלה 1



1. נתונה הקובייה $ABCDA'B'C'D'$ (ראו ציור).

הנקודות E ו־G הן אמצעי המקצועות AA' ו־CC' בהתאמה.

הנקודה F מקיימת: $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$.

הנקודה H מקיימת: $\overrightarrow{D'H}=\frac{3}{4}\overrightarrow{D'C'}$.

נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{BC}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AA'}=\underline{w}$.

א. **(1)** הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{FG}$, $\overrightarrow{HG}$ ו־$\overrightarrow{EH}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$.

(2) האם המרובע EFGH הוא מקבילית? נמקו.

הנפח של הקובייה הנתונה הוא 512.

ב. **(1)** מצאו את אורך המקצוע של הקובייה.

(2) מצאו את אורכי הווקטורים $\overrightarrow{EF}$ ו־$\overrightarrow{EH}$.

ג. **(1)** מצאו את גודל הזווית HEF.

(2) מצאו את שטח המרובע EFGH.

תשובות סופיות

סעיף א (1)

$$\overrightarrow{EF}=\frac{1}{4}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{w}$$
$$\overrightarrow{FG}=\frac{3}{4}\underline{u}+\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w}$$
$$\overrightarrow{HG}=\frac{1}{4}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{w}$$
$$\overrightarrow{EH}=\frac{3}{4}\underline{u}+\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w}$$

סעיף א (2)

כן, $EFGH$ מקבילית ($\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{HG}$).

סעיף ב (1)

אורך המקצוע: 8

סעיף ב (2)

$$|\overrightarrow{EF}|=\sqrt{20}\approx 4.47$$
$$|\overrightarrow{EH}|=\sqrt{116}\approx 10.77$$

סעיף ג (1)

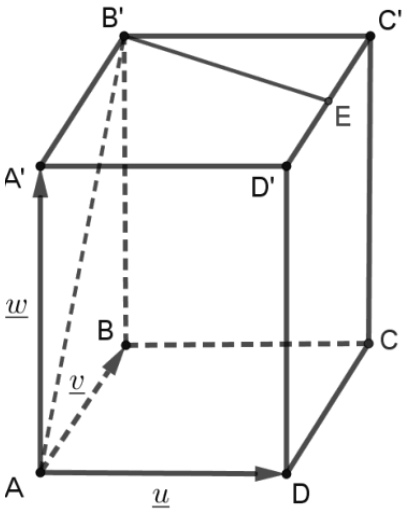
$$\sphericalangle HEF\approx 94.76^\circ$$

סעיף ג (2)

שטח המקבילית: 48

בגרות חורף נבצרים תשפ"ב (2022) • שאלה 1

1. במנסרה ישרה $ABCDA'B'C'D'$ הבסיס $ABCD$ הוא מעוין.



נתון: אורך צלע המעוין הוא 2, $\measuredangle BAD = 60°$, נפח המנסרה הוא $8\sqrt{3}$.

הנקודה E היא אמצע המקצוע $C'D'$.

נסמן: $\overrightarrow{AD} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$.

א. הבע את הווקטורים $\overrightarrow{B'E}$ ו- $\overrightarrow{B'A}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

ב. לפניך שלוש טענות (1–3). קבע אלו מהטענות נכונות. נמק.

(1) $\underline{u} \cdot \underline{v} = 0$

(2) $\underline{u} \cdot \underline{w} = 0$

(3) $\overrightarrow{B'A}$ מאונך ל- $\overrightarrow{B'E}$.

ג. חשב את אורך הגובה של המנסרה.

ד. (1) חשב את אורך הווקטור $\overrightarrow{B'E}$.

(2) חשב את שטח המשולש $AB'E$.

תשובות סופיות

סעיף א

$$\overrightarrow{B'E} = \underline{u} - \tfrac{1}{2}\underline{v}$$
$$\overrightarrow{B'A} = -\underline{v} - \underline{w}$$

סעיף ב

(1) לא נכונה ($\underline{u} \cdot \underline{v} = 2$)
(2) נכונה
(3) נכונה

סעיף ג

גובה המנסרה: 4

סעיף ד (1)

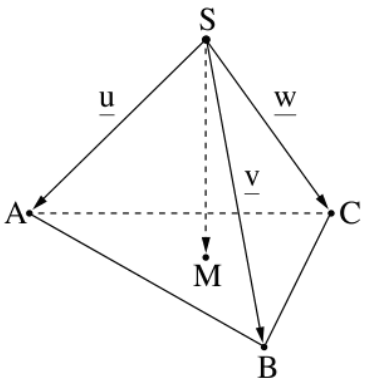
$$|\overrightarrow{B'E}| = \sqrt{3} \approx 1.73$$

סעיף ד (2)

$$S_{AB'E} = \sqrt{15} \approx 3.87$$

בגרות חורף תשפ"ב (2022) • שאלה 1

1. נתונה פירמידה ישרה $SABC$ שבסיסה משולש ABC (ראה סרטוט).



אורך המקצוע הצדדי של הפירמידה הוא 3.

נתון: $\sphericalangle ASB = \sphericalangle BSC = \sphericalangle ASC = 30^\circ$.

נסמן: $\overrightarrow{SA} = \underline{u}$, $\overrightarrow{SB} = \underline{v}$, $\overrightarrow{SC} = \underline{w}$.

הנקודה M נמצאת במישור ABC.

ידוע כי $\overrightarrow{SM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$.

א. חשב את המכפלות הסקלריות:

$\underline{u} \cdot \underline{v}$, $\underline{v} \cdot \underline{w}$, $\underline{u} \cdot \underline{w}$.

ב. **(1)** הבע את הווקטורים $\overrightarrow{AB}$ ו־ $\overrightarrow{AC}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־ $\underline{w}$.

(2) חשב את אורכי הווקטורים $\overrightarrow{AB}$ ו־ $\overrightarrow{AC}$.

(3) מצא את גודל הזווית BAC.

ג. הראה כי $\overrightarrow{SM}$ מאונך למישור ABC.

נסמן: $\left|\overrightarrow{SM}\right| = m$.

ד. הבע את נפח הפירמידה $SABC$ באמצעות m.

תשובות סופיות

סעיף א

$$\underline{u} \cdot \underline{v} = \underline{v} \cdot \underline{w} = \underline{u} \cdot \underline{w} = 4.5\sqrt{3} \approx 7.79$$

סעיף ב (1)

$$\overrightarrow{AB} = \underline{v} - \underline{u}$$
$$\overrightarrow{AC} = \underline{w} - \underline{u}$$

סעיף ב (2)

$$AB = AC = \sqrt{18 - 9\sqrt{3}} \approx 1.553$$

סעיף ב (3)

$$\angle BAC = 60^\circ$$

סעיף ג

$$\overrightarrow{SM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$$
$$\overrightarrow{SM} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$$

לכן SM מאונך למישור ABC.

סעיף ד

$$V = \frac{6\sqrt{3}-9}{4}\, m \approx 0.348\, m$$

הפתרונות נכתבו בעזרת בינה מלאכותית ונבדקו, אך ייתכנו טעויות – ללא אחריות. מומלץ להשוות לפתרון הרשמי.