# סדרות – כל השאלות עם פתרונות מלאים

הכנה לבגרות במתמטיקה – 4 יחידות, כיתה י״ב (שאלון 472) • 9 שאלות

## בגרות קיץ תשפ״ו (2026) – מועד ב׳ • שאלה 1

**1.** תלמידי כיתה י״ב1 ותלמידי כיתה י״ב2 בבית ספר מסוים החליטו לערוך מסיבת סיום.

כדי לממן את עלות המסיבה הם אספו במשך כמה שבועות בקבוקים ריקים, והעבירו אותם למִחזור תמורת כסף.

תלמידי כיתה י״ב1 אספו בקבוקים במשך $5$ שבועות.

מספר הבקבוקים שהם אספו בכל שבוע גדול פי $q$ ממספר הבקבוקים שהם אספו בשבוע שלפניו.

מספר הבקבוקים שאספו תלמידי כיתה י״ב1 בשבוע הרביעי גדול פי $3.375$ ממספר הבקבוקים שהם אספו בשבוע הראשון.

**א.** מצאו את הערך של $q$.

מספר הבקבוקים סך הכול שאספו תלמידי כיתה י״ב1 בשבוע הראשון ובשבוע האחרון היה $2{,}425$.

**ב.** מצאו את מספר הבקבוקים שאספו תלמידי כיתה י״ב1 בשבוע הראשון.

תלמידי כיתה י״ב2 אספו בקבוקים במשך $18$ שבועות. בכל שבוע הם אספו $d$ בקבוקים יותר מבשבוע שלפניו.

בשבוע השני תלמידי כיתה י״ב2 אספו $230$ בקבוקים.

תלמידי כיתה י״ב2 אספו $6{,}300$ בקבוקים סך הכול.

**ג.** מצאו את הערך של $d$.

בעבור כל בקבוק שהעבירו התלמידים למִחזור, הם קיבלו $0.3$ שקלים.

העלות של מסיבת הסיום היא $3{,}400$ שקלים.

**ד.** האם הסכום הכולל שקיבלו תלמידי שתי הכיתות ממחזור כל הבקבוקים יספיק למימון עלות המסיבה?

נמקו את תשובתכם.

### פתרון מלא

**סעיף א**

מספרי הבקבוקים שאספו תלמידי י״ב1 בכל שבוע הם סדרה הנדסית עם מנה $q$.

האיבר הרביעי גדול פי 3.375 מהאיבר הראשון:

$$a_4 = a_1 q^3 = 3.375\, a_1$$

$$q^3 = 3.375 \;\Rightarrow\; q = \sqrt[3]{3.375} = 1.5$$

**תשובה:** $q = 1.5$

**סעיף ב**

השבוע האחרון הוא השבוע החמישי, כלומר $a_5 = a_1 q^4$:

$$a_1 + a_1 q^4 = 2425$$

$$a_1\left(1 + 1.5^4\right) = 2425$$

$$a_1 \cdot 6.0625 = 2425 \;\Rightarrow\; a_1 = 400$$

**תשובה: 400 בקבוקים בשבוע הראשון.**

**סעיף ג**

אצל תלמידי י״ב2 מספרי הבקבוקים הם סדרה חשבונית עם הפרש $d$, ו־18 איברים.

בשבוע השני: $a_2 = a_1 + d = 230$, ולכן $a_1 = 230 - d$.
סכום 18 האיברים:

$$S_{18} = \frac{18}{2}\left[2a_1 + 17d\right] = 6300$$
$$2a_1 + 17d = 700$$

נציב $a_1 = 230 - d$:

$$2(230 - d) + 17d = 700$$
$$460 + 15d = 700 \;\Rightarrow\; d = 16$$

**תשובה:** $d = 16$

**סעיף ד**
מספר הבקבוקים של יי"ב1 – סכום 5 איברים של הסדרה ההנדסית:

$$S_5 = \frac{a_1\left(q^5 - 1\right)}{q - 1}$$
$$S_5 = \frac{400\left(1.5^5 - 1\right)}{1.5 - 1} = 5275$$

מספר הבקבוקים של יי"ב2 נתון: 6,300.
סך הכול: $5275 + 6300 = 11575$ בקבוקים.
הסכום שקיבלו:

$$11575 \cdot 0.3 = 3472.5$$

זה יותר מ־3,400 שקלים, ולכן הסכום יספיק למימון עלות המסיבה.
**תשובה: כן – הם קיבלו 3,472.5 שקלים, יותר מ־3,400.**

## בגרות קיץ תשפ״ו (2026) – מועד א׳ • שאלה 1

**1.** לקראת חופשת הקיץ החלו בחנות גלידה להכין גלידת שוקולד.

בכל יום הכינו בחנות $3$ ק״ג גלידת שוקולד יותר מביום שלפניו.

הכמות סך הכול של גלידת השוקולד שהכינו בחנות ביום הראשון וביום הרביעי הייתה $149$ ק״ג.

**א.** מצאו כמה קילוגרמים של גלידת שוקולד הכינו בחנות ביום הראשון.

תהליך הכנת גלידת השוקולד נמשך $16$ ימים סך הכול.

**ב.** מצאו כמה קילוגרמים סך הכול של גלידת שוקולד הכינו בחנות.

לקראת חופשת הקיץ החלו בחנות להכין גם גלידת וניל.

בכל יום הכינו בחנות $d$ ק״ג גלידת וניל יותר מביום שלפניו.

תהליך הכנת גלידת הוניל נמשך $16$ ימים סך הכול. ביום האחרון הכינו בחנות $115$ ק״ג של גלידת וניל.

הכמות סך הכול של גלידת הוניל שהכינו בחנות הייתה קטנה ב־ $480$ ק״ג מן הכמות סך הכול של גלידת השוקולד שהכינו בה.

**ג.** מצאו את הערך של $d$.

לאחר שהסתיים תהליך הכנת גלידת השוקולד וגלידת הוניל, החלו למכור את שני סוגי הגלידה.

המכירה נמשכה $5$ ימים, ובמהלכה נמכרה כל הגלידה שהכינו בחנות.

כמות הגלידה שנמכרה בכל יום הייתה גדולה פי $2$ מן הכמות שנמכרה ביום שלפניו.

**ד.** מצאו כמה קילוגרמים של גלידה נמכרו ביום הראשון.

### פתרון מלא

---

**סעיף א**

כמות הגלידה שהוכנה בכל יום היא סדרה חשבונית: $a_1$ – הכמות ביום הראשון, $d = 3$.

הכמות ביום הרביעי: $a_4 = a_1 + 3d = a_1 + 9$. לפי הנתון:

$$a_1 + a_4 = 149$$
$$a_1 + a_1 + 9 = 149$$
$$\Rightarrow \; 2a_1 = 140$$
$$\Rightarrow \; a_1 = 70$$

**תשובה: 70 ק״ג**

**סעיף ב**

הכינו גלידה במשך 16 ימים, לכן נחשב את סכום 16 האיברים הראשונים:

$$S_{16} = \frac{16}{2}\left[2 \cdot 70 + (16-1) \cdot 3\right]$$
$$S_{16} = 8 \cdot (140 + 45) = 8 \cdot 185 = 1480$$

**תשובה: 1,480 ק״ג**

**סעיף ג**

גם הכמויות של גלידת הוניל הן סדרה חשבונית, עם הפרש $d$. נסמן ב־$b_1$ את הכמות ביום הראשון.

ביום האחרון (היום ה־16): $b_{16} = 115$.

הכמות הכוללת קטנה ב־480 ק״ג מכמות השוקולד:

$$S_{16} = 1480 - 480 = 1000$$

לסדרה חשבונית אפשר להשתמש גם בנוסחה $S_n = \frac{n(a_1+a_n)}{2}$:

$$\frac{16\,(b_1 + 115)}{2} = 1000$$
$$\Rightarrow\ \ b_1 + 115 = 125\ \ \Rightarrow\ \ b_1 = 10$$

עכשיו נמצא את $d$ מנוסחת האיבר הכללי:

$$b_{16} = b_1 + 15d$$
$$\Rightarrow\ \ 115 = 10 + 15d$$
$$\Rightarrow\ \ d = 7$$

**תשובה:** $d = 7$

**סעיף ד**

כל הגלידה שהוכנה נמכרה בחמשת ימי המכירה:

$$1480 + 1000 = 2480$$

הכמויות שנמכרו בכל יום הן סדרה הנדסית עם מנה $q = 2$. נסמן ב־$a_1$ את הכמות שנמכרה ביום הראשון.
סכום 5 האיברים הראשונים:

$$S_5 = \frac{a_1(2^5 - 1)}{2 - 1} = 31a_1$$
$$31a_1 = 2480\ \ \Rightarrow\ \ a_1 = 80$$

**תשובה: 80 ק"ג**

## בגרות חורף תשפ״ו (2026) • שאלה 1

**1.** יריד ספרים ביישוב מסוים נמשך $7$ ימים.

כמות הספרים שנמכרו בכל יום ביריד הייתה גדולה פי $2$ מכמות הספרים שנמכרו ביום שלפניו.

ידוע כי בשלושת הימים הראשונים של היריד נמכרו $420$ ספרים סך הכול.

**א.** מצאו כמה ספרים נמכרו ביום הראשון של היריד.

כל ספר ביריד נמכר ב־ $50$ שקלים.

**ב.** מצאו את סך כל ההכנסות ממכירת הספרים במשך $7$ ימי היריד.

לאחר שהסתיים יריד הספרים החליט מנהל היריד לתרום <u>מחצית</u> מכל ההכנסות שהתקבלו ביריד.

מנהל היריד פָּרַס את התרומה לכמה חודשים.

בחודש הראשון הוא תרם $4{,}315$ שקלים, ובכל חודש שלאחר מכן הוא תרם $315$ שקלים יותר מבחודש שלפניו.

**ג.** מצאו לכמה חודשים פרס מנהל היריד את התרומה.

**ד.** מצאו מהו סכום הכסף שתרם מנהל היריד סך הכול בשני החודשים האמצעיים.

### פתרון מלא

---

**סעיף א**

כמויות הספרים שנמכרו בכל יום יוצרות סדרה הנדסית: כל יום פי 2 מהיום שלפניו, לכן $q = 2$. נסמן ב־$a_1$ את מספר הספרים שנמכרו ביום הראשון.
בשלושת הימים הראשונים נמכרו 420 ספרים:

$$a_1 + 2a_1 + 4a_1 = 420$$
$$7a_1 = 420 \;\Rightarrow\; a_1 = 60$$

(אפשר גם לפי נוסחת הסכום: $S_3 = \frac{a_1(2^3-1)}{2-1} = 7a_1$.)

**תשובה: ביום הראשון נמכרו 60 ספרים.**

**סעיף ב**

מספר הספרים שנמכרו בכל 7 ימי היריד הוא סכום 7 האיברים הראשונים בסדרה ההנדסית ($a_1 = 60,\ q = 2$):

$$S_7 = \frac{a_1(q^7 - 1)}{q - 1}$$
$$= \frac{60\,(2^7 - 1)}{2 - 1} = 60 \cdot 127 = 7620$$

כל ספר נמכר ב־50 שקלים, לכן סך ההכנסות:

$$7620 \cdot 50 = 381{,}000$$

**תשובה: 381,000 שקלים.**

**סעיף ג**

התרומה היא מחצית ההכנסות:

$$\frac{381{,}000}{2} = 190{,}500$$

הסכומים שנתרמו בכל חודש יוצרים סדרה חשבונית: $a_1 = 4315,\ d = 315$. נסמן ב־$n$ את מספר החודשים. סכום כל התרומות הוא 190,500:

$$S_n = \frac{n}{2}\left[2a_1 + (n-1)d\right]$$
$$= 190{,}500$$
$$\frac{n}{2}\left[8630 + 315(n-1)\right] = 190{,}500$$
$$n\left(315n + 8315\right) = 381{,}000$$
$$315n^2 + 8315n - 381{,}000 = 0$$

נחלק ב־5:

$$63n^2 + 1663n - 76{,}200 = 0$$
$$n_{1,2} = \frac{-1663 \pm \sqrt{D}}{2 \cdot 63}$$
$$D = 1663^2 + 4 \cdot 63 \cdot 76{,}200$$
$$= \frac{-1663 \pm 4687}{126}$$

הפתרונות: $n = 24$ או $n = -\frac{3175}{63}$ (שלילי – נפסל, כי $n$ מספר חודשים).

**תשובה: 24 חודשים.**

**סעיף ד**

יש 24 חודשים, ולכן שני החודשים האמצעיים הם החודש ה־12 והחודש ה־13.

$$a_{12} = a_1 + 11d = 4315 + 11 \cdot 315$$
$$= 7780$$
$$a_{13} = a_1 + 12d = 4315 + 12 \cdot 315$$
$$= 8095$$
$$a_{12} + a_{13} = 7780 + 8095 = 15{,}875$$

(בדיקה: בסדרה חשבונית סכום שני האיברים האמצעיים שווה ל־$a_1 + a_{24}$, ו־$\frac{24}{2} \cdot 15{,}875 = 190{,}500$ ✓.)

**תשובה: 15,875 שקלים.**

## בגרות קיץ תשפ"ה (2025) – מועד ב' • שאלה 1

**1.** מיכל הפקידה בכל חודש כסף לחיסכון. גובה הפיקדון שהיא העבירה בכל חודש גדול במספר קבוע מגובה הפיקדון שהיא העבירה בחודש שלפניו.

סכום הפיקדונות שהעבירה מיכל בחודש הראשון והשני הוא $2,100$ שקלים סך הכול.

גובה הפיקדון שהעבירה מיכל בחודש החמישי גדול פי $3$ מגובה הפיקדון שהיא העבירה בחודש הראשון.

**א.** מצאו את גובה הפיקדון שהעבירה מיכל בחודש הראשון.

**ב.** מצאו לאחר כמה חודשים היה סכום הפיקדונות שהעבירה מיכל $22,680$ שקלים סך הכול.

בחודש ה־ $12$ , במקום להפקיד כסף לחיסכון, החליטה מיכל לקנות מקרר שמחירו שווה לגובה הפיקדון שהייתה אמורה להעביר בחודש זה.

מיכל שילמה בעבור המקרר בארבעה תשלומים. כל תשלום גדול פי $3$ מן התשלום שלפניו.

**ג.** מצאו את התשלום הראשון.

### פתרון מלא

---

**סעיף א**

הפיקדונות יוצרים סדרה חשבונית: $a_1$ – הפיקדון בחודש הראשון, $d$ – ההפרש הקבוע.

לפי הנתונים:

$$\begin{cases} a_1 + a_2 = 2100 \\ a_5 = 3a_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + d = 2100 \\ a_1 + 4d = 3a_1 \end{cases}$$

מהמשוואה השנייה: $4d = 2a_1$, כלומר $a_1 = 2d$. נציב בראשונה:

$$4d + d = 2100$$

$$\Rightarrow \; d = 420 \; \Rightarrow \; a_1 = 840$$

**תשובה: 840 שקלים**

**סעיף ב**

נחפש $n$ שבעבורו $S_n = 22680$:

$$\frac{n}{2}\left[2 \cdot 840 + (n-1) \cdot 420\right] = 22680$$

$$\frac{n}{2}(1260 + 420n) = 22680$$

$$210n^2 + 630n - 22680 = 0 \quad / : 210$$

$$n^2 + 3n - 108 = 0$$

$$n_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 432}}{2} = \frac{-3 \pm 21}{2}$$

$n = 9$ או $n = -12$. מספר החודשים חיובי, לכן $n = 9$.

**תשובה: אחרי 9 חודשים**

**סעיף ג**

הפיקדון שהייתה אמורה להעביר בחודש ה־12:

$$a_{12} = 840 + 11 \cdot 420 = 5460$$

התשלומים יוצרים סדרה הנדסית עם $q = 3$, וסכום 4 התשלומים הוא מחיר המקרר:

$$S_4 = \frac{b_1(3^4 - 1)}{3 - 1} = 40b_1$$

$$40b_1 = 5460 \;\Rightarrow\; b_1 = 136.5$$

**תשובה: 136.5 שקלים**

**בגרות קיץ תשפ"ה (2025) – מועד א' • שאלה 1**

**1.** נתונה סדרה חשבונית $A$, ובה 57 איברים: $a_1, a_2, a_3, \ldots$.

נתון: $a_2 + a_4 = a_6$.

האיבר האחרון בסדרה $A$ הוא 171.

**א.** מצאו את הפרש הסדרה ואת $a_1$.

נתונה סדרה הנדסית אין־סופית $B$ שאיבריה הם: $b_1, b_2, b_3, \ldots$.

נתון: $b_1 = a_6$, $3 \cdot b_3 = a_8$.

**ב.** מצאו את המנה של הסדרה $B$ (מצאו את שתי האפשרויות).

נתון כי הסדרה $B$ אינה עולה ואינה יורדת.

**ג.** מצאו את סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה $B$.

**פתרון מלא**

---

**סעיף א**

נכתוב כל איבר בעזרת $a_1$ ו־$d$ (לפי $a_n = a_1 + (n-1)d$):

$$a_2 + a_4 = a_6$$
$$(a_1 + d) + (a_1 + 3d) = a_1 + 5d$$
$$2a_1 + 4d = a_1 + 5d \;\Rightarrow\; a_1 = d$$

בסדרה 57 איברים, והאיבר האחרון ($a_{57}$) הוא 171:

$$a_{57} = a_1 + 56d = 171$$

נציב $a_1 = d$:

$$d + 56d = 171$$
$$\Rightarrow\; 57d = 171 \;\Rightarrow\; d = 3$$

ולכן גם $a_1 = 3$.

**תשובה:** $d = 3$, $a_1 = 3$

**סעיף ב**

נמצא את האיברים של $A$ שמופיעים בנתונים:

$$a_6 = 3 + 5 \cdot 3$$
$$= 18, \qquad a_8 = 3 + 7 \cdot 3 = 24$$

לכן $b_1 = a_6 = 18$, ו־$3b_3 = a_8 = 24$, כלומר $b_3 = 8$.

בסדרה הנדסית $b_3 = b_1 q^2$:

$$18q^2 = 8 \;\Rightarrow\; q^2 = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$$

$$q = \pm\sqrt{\frac{4}{9}} = \pm\frac{2}{3}$$

**תשובה:** $q = \frac{2}{3}$ **או** $q = -\frac{2}{3}$

**סעיף ג**

הסדרה אינה עולה ואינה יורדת, ולכן המנה שלילית (האיברים מחליפים סימן): $q = -\frac{2}{3}$. כאשר $q = \frac{2}{3}$ והאיבר הראשון חיובי, הסדרה יורדת – לכן אפשרות זו נפסלת.

האיברים במקומות הזוגיים $b_2,\ b_4,\ b_6, \ldots$ יוצרים סדרה הנדסית אינסופית:

$$b_2 = b_1 q = 18 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = -12$$

המנה שלה היא $q^2 = \frac{4}{9}$ (כל איבר זוגי מתקבל מהקודם לו ע"י הכפלה ב־$q$ פעמיים). $|q^2| < 1$, ולכן הסדרה מתכנסת וסכומה:

$$S = \frac{b_2}{1 - q^2} = \frac{-12}{1 - \frac{4}{9}} = \frac{-12}{\frac{5}{9}}$$

$$= -21.6$$

**תשובה:** $-21.6$

**בגרות חורף תשפ״ה (2025) • שאלה 1**

**1.** נתונה סדרה הנדסית A שהמנה שלה היא q, ובה 10 איברים.

האיבר השישי בסדרה הוא פי 81 מן האיבר השני בסדרה.

**א.** מצאו את שני הערכים של q.

נתון כי סכום שני האיברים האמצעיים בסדרה A הוא 1,944, וכי כל איבריה הם חיוביים.

**ב.** מצאו את האיבר הראשון בסדרה.

נתונה סדרה חשבונית B. סכום הסדרה A גדול פי 11 מסכום הסדרה B.

**ג.** מצאו את סכום הסדרה B.

בסדרה B יש 33 איברים.

נתון כי האיבר השני בסדרה B גדול פי 46 מן ההפרש שלה.

**ד.** מצאו את הפרש הסדרה B.

**פתרון מלא**

---

**סעיף א**

לפי נוסחת האיבר הכללי $a_n = a_1 q^{n-1}$:

$$a_6 = 81a_2 \;\Rightarrow\; a_1 q^5 = 81\, a_1 q$$

נחלק ב־$a_1 q$ (אינו אפס בסדרה הנדסית):

$$q^4 = 81 \;\Rightarrow\; q = \pm 3$$

**תשובה:** $q = 3$ **או** $q = -3$

**סעיף ב**

כל האיברים חיוביים, לכן $q = 3$ (אם $q = -3$ האיברים מתחלפים בסימן).

בסדרה יש 10 איברים, ולכן שני האיברים האמצעיים הם $a_5$ ו־$a_6$:

$$a_5 + a_6 = a_1 \cdot 3^4 + a_1 \cdot 3^5$$
$$a_5 + a_6 = 81a_1 + 243a_1$$
$$= 324a_1$$
$$324a_1 = 1944 \;\Rightarrow\; a_1 = 6$$

**תשובה:** $a_1 = 6$

**סעיף ג**

סכום הסדרה A (10 איברים):

$$S_{10} = \frac{6\,(3^{10} - 1)}{3 - 1} = 3 \cdot 59048$$
$$= 177144$$

סכום A גדול פי 11 מסכום B:

$$S_B = \frac{177144}{11} = 16104$$

**תשובה: 16,104**

**סעיף ד**

נסמן ב־$b_1$ את האיבר הראשון של B וב־$d$ את ההפרש. האיבר השני גדול פי 46 מההפרש:

$$b_1 + d = 46d \;\Rightarrow\; b_1 = 45d$$

סכום 33 האיברים שווה ל־16,104 (סעיף ג):

$$S_{33} = \frac{33}{2}\left[2 \cdot 45d + 32d\right]$$
$$= \frac{33}{2} \cdot 122d = 2013d$$
$$2013d = 16104 \;\Rightarrow\; d = 8$$

**תשובה:** $d = 8$

## בגרות קיץ תשפ"ד (2024) – מועד ב' • שאלה 1

**1.** נתונה סדרה חשבונית $A$ שאיבריה הם: $a_1, a_2, a_3 \ldots$ ובה $23$ איברים.

נתון: $a_{12} = 7$, הפרש הסדרה הוא $5$.

**א.** מצאו את $a_1$.

**ב.** מצאו את סכום האיברים שנמצאים במקומות האי־זוגיים בסדרה.

נתונה סדרה חשבונית $B$ שאיבריה הם: $b_1, b_2, b_3 \ldots$ וגם בה $23$ איברים. האיבר הראשון בסדרה הוא $3$.

נסמן את הפרש הסדרה $B$ ב־$d$.

מכל איברי הסדרות $A$ ו־$B$ בונים סדרה חשבונית חדשה שאיבריה הם: $a_1 + b_1,\ a_2 + b_2,\ a_3 + b_3, \ldots$.

**ג.** **(1)** מצאו את האיבר הראשון של הסדרה החדשה.

**(2)** הביעו באמצעות $d$ את הפרש הסדרה החדשה.

**(3)** נתון כי סכום כל האיברים בסדרה החדשה הוא $3{,}013$.

מצאו את $d$.

### פתרון מלא

---

**סעיף א**

לפי $a_n = a_1 + (n-1)d$ עם $d = 5$:

$$a_{12} = a_1 + 11 \cdot 5 = 7$$
$$a_1 = 7 - 55 = -48$$

**תשובה:** $a_1 = -48$

**סעיף ב**

בסדרה 23 איברים. האיברים במקומות האי־זוגיים הם $a_1, a_3, a_5, \ldots, a_{23}$ – יש 12 כאלה.

הם יוצרים סדרה חשבונית חדשה: האיבר הראשון $-48$, וההפרש $2 \cdot 5 = 10$ (מדלגים כל פעם על איבר אחד).

$$S_{12} = \frac{12}{2}\left[2 \cdot (-48) + 11 \cdot 10\right]$$
$$S_{12} = 6 \cdot (-96 + 110) = 6 \cdot 14 = 84$$

**תשובה: 84**

**סעיף ג (1)**

$$a_1 + b_1 = -48 + 3 = -45$$

**תשובה:** $-45$

**סעיף ג (2)**

ההפרש בסדרה החדשה הוא ההפרש בין שני איברים סמוכים:

$$(a_{n+1} + b_{n+1}) - (a_n + b_n)$$
$$= (a_{n+1} - a_n) + (b_{n+1} - b_n)$$
$$= 5 + d$$

**תשובה:** $d+5$

**סעיף ג (3)**

גם בסדרה החדשה 23 איברים, האיבר הראשון $-45$ וההפרש $d+5$:

$$S_{23} = \frac{23}{2}\left[2\cdot(-45) + 22(d+5)\right]$$
$$= 3013$$

נכפיל ב־$\frac{2}{23}$:

$$-90 + 22d + 110 = 262$$
$$22d = 242 \;\Rightarrow\; d = 11$$

**תשובה:** $d = 11$

## בגרות קיץ תשפ״ד (2024) – מועד א׳ • שאלה 1

**1.** לרכבת מסוימת יש $11$ קרונות. ביום א׳, מספר הנוסעים בכל קרון היה גדול במספר קבוע ממספר הנוסעים בקרון שלפניו.
מספר הנוסעים בקרון האחרון היה גדול פי $3$ ממספר הנוסעים בקרון הראשון.
ביום זה מספר הנוסעים ברכבת היה $220$ סך הכול.

**א.** מצאו כמה נוסעים היו בקרון הראשון.

**ב.** מצאו כמה נוסעים היו בקרון האמצעי.

**ג.** מצאו כמה נוסעים סך הכול היו בקרונות האי־זוגיים (בקרון הראשון, השלישי, החמישי וכן הלאה).

ביום ב׳ מספר הנוסעים ברכבת היה גדול פי $2$ ממספר הנוסעים בה ביום א׳ ולכן הוחלט להוסיף קרונות לרכבת.
ביום ב׳, מספר הנוסעים בכל קרון היה גדול ב־ $3$ ממספר הנוסעים בקרון שלפניו.
ביום זה היו בקרון הראשון $5$ נוסעים.

**ד.** מצאו את מספר הקרונות שהוסיפו לרכבת ביום ב׳.

### פתרון מלא

---

**סעיף א**

מספרי הנוסעים בקרונות (ביום א׳) יוצרים סדרה חשבונית בת 11 איברים, ו־$a_{11} = 3a_1$.

נשתמש בנוסחת הסכום $S_n = \frac{n(a_1+a_n)}{2}$:

$$S_{11} = \frac{11\,(a_1 + 3a_1)}{2} = 22a_1$$

$$22a_1 = 220 \;\Rightarrow\; a_1 = 10$$

**תשובה: 10 נוסעים**

**סעיף ב**

נמצא את ההפרש: $a_{11} = 3 \cdot 10 = 30$.

$$a_{11} = a_1 + 10d$$

$$\Rightarrow\; 30 = 10 + 10d \;\Rightarrow\; d = 2$$

יש 11 קרונות, לכן הקרון האמצעי הוא השישי:

$$a_6 = a_1 + 5d = 10 + 5 \cdot 2 = 20$$

**תשובה: 20 נוסעים**

**סעיף ג**

הקרונות האי־זוגיים: $a_1, a_3, a_5, \ldots, a_{11}$ – 6 קרונות. גם הם סדרה חשבונית: האיבר הראשון 10 וההפרש $2d = 4$, והאיבר האחרון $a_{11} = 30$.

$$S = \frac{6\,(10 + 30)}{2} = 120$$

**תשובה: 120 נוסעים**

**סעיף ד**

ביום ב׳ היו ברכבת $2 \cdot 220 = 440$ נוסעים. זו סדרה חשבונית עם $b_1 = 5$, $d = 3$, ונחפש את מספר הקרונות $n$:

$$\frac{n}{2}\left[2\cdot 5+(n-1)\cdot 3\right]=440$$
$$n(3n+7)=880$$
$$\Rightarrow\ 3n^2+7n-880=0$$
$$n_{1,2}=\frac{-7\pm\sqrt{49+10560}}{6}$$
$$=\frac{-7\pm 103}{6}$$

$n=16$ (הפתרון השני שלילי ונפסל). ביום ב׳ היו 16 קרונות, ולכן הוסיפו:

$$16-11=5$$

**תשובה: 5 קרונות**

## בגרות חורף תשפ״ד (2024) • שאלה 1

**1.** במפעל אלקטרוניקה החלו לייצר מחשבים.

בכל שבוע כמות המחשבים שייצרו הייתה גדולה במספר קבוע מכמות המחשבים שייצרו בשבוע שלפניו.

בשבוע הראשון ייצרו $900$ מחשבים.

הייצור נמשך $50$ שבועות. בתקופה זו ייצרו $167{,}500$ מחשבים סך הכול.

**א.** בכמה הייתה גדולה כמות המחשבים שייצרו בכל שבוע מן הכמות שייצרו בשבוע שלפניו?

בגמר הייצור מכר המפעל את המחשבים במשך כמה חודשים.

כמות המחשבים שנמכרו בכל חודש הייתה גדולה פי $q$ מכמות המחשבים שנמכרו בחודש שלפניו.

בחודש ה־ $4$ נמכרו $160$ מחשבים. בחודש ה־ $7$ נמכרו $1{,}280$ מחשבים.

**ב.** כמה מחשבים נמכרו בחודש הראשון?

החודש ה־ $7$ היה החודש האמצעי של חודשי המכירה.

**ג.** כמה חודשים נמשכה המכירה?

**ד.** כמה מן המחשבים שייצרו במפעל לא נמכרו?

### פתרון מלא

---

**סעיף א**

מספרי המחשבים שיוצרו בכל שבוע יוצרים סדרה חשבונית: $a_1 = 900$, ו־$d$ הוא הגידול השבועי. ב־50 שבועות יוצרו 167,500 מחשבים:

$$S_{50} = \frac{50}{2}\left[2 \cdot 900 + 49d\right]$$

$$= 167{,}500$$

$$25(1800 + 49d) = 167{,}500$$

$$1800 + 49d = 6700$$

$$\Rightarrow \; 49d = 4900$$

$$\Rightarrow \; d = 100$$

**תשובה: ב־100 מחשבים.**

**סעיף ב**

מספרי המחשבים שנמכרו בכל חודש יוצרים סדרה הנדסית עם מנה $q$.

$$b_4 = b_1 q^3 = 160,$$

$$b_7 = b_1 q^6 = 1280$$

נחלק את המשוואה השנייה בראשונה:

$$q^3 = \frac{1280}{160} = 8 \;\Rightarrow\; q = 2$$

$$b_1 = \frac{160}{2^3} = 20$$

**תשובה: 20 מחשבים.**

**סעיף ג**

החודש ה־7 הוא האמצעי: לפניו 6 חודשים, ולכן גם אחריו 6 חודשים.

$$6 + 1 + 6 = 13$$

**תשובה: 13 חודשים.**

**סעיף ד**

מספר המחשבים שנמכרו ב־13 החודשים:

$$S_{13} = \frac{b_1(q^{13} - 1)}{q - 1}$$
$$S_{13} = \frac{20(2^{13} - 1)}{2 - 1}$$
$$S_{13} = 20 \cdot 8191 = 163{,}820$$

יוצרו 167,500 מחשבים, ולכן לא נמכרו:

$$167{,}500 - 163{,}820 = 3{,}680$$

**תשובה: 3,680 מחשבים.**

---

הפתרונות נכתבו בעזרת בינה מלאכותית ונבדקו, אך ייתכנו טעויות – ללא אחריות. מומלץ להשוות לפתרון הרשמי.