פונקציות מעריכיות – כל השאלות עם תשובות סופיות

הכנה לבגרות במתמטיקה – 4 יחידות, כיתה י״ב (שאלון 472) • 19 שאלות

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 4

4. נתונה הפונקצייה $f(x)=(3x^2-a)\cdot e^x$, המוגדרת לכל x.

a הוא פרמטר.

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x=1$.

א. מצאו את הערך של a.

הציבו $a=9$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ב–ה.

ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

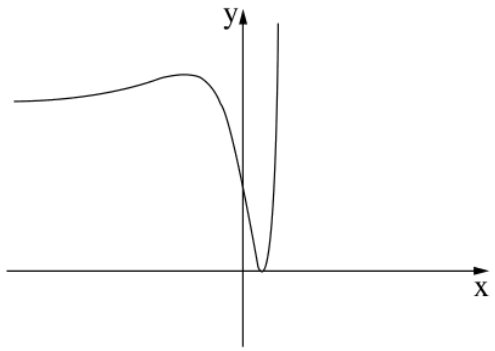
ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

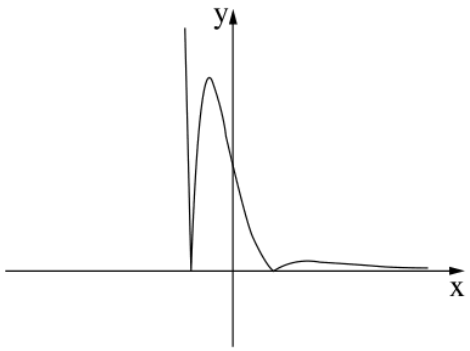
נתונה הפונקצייה $g(x)=|f(x)|$, המוגדרת לכל x.

ה. **(1)** קבעו איזה מן הגרפים I–IV שלפניכם מתאר את הפונקצייה $g(x)$. נמקו את קביעתכם.

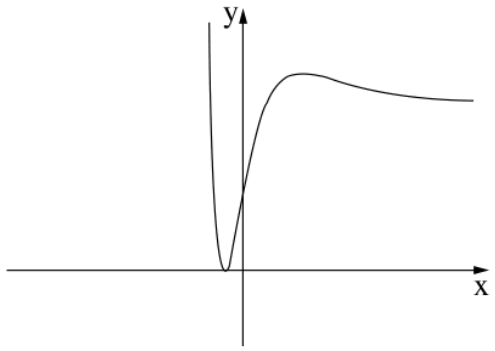
(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגן.



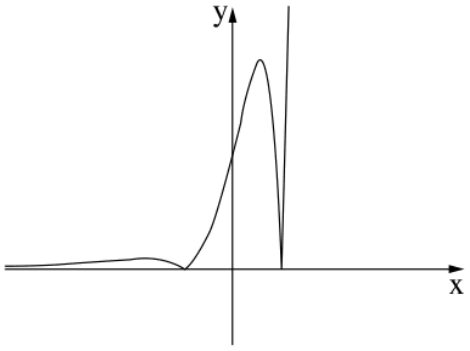
I



II



III



IV

תשובות סופיות

סעיף א

$a=9$

סעיף ב

מקסימום: $\left(-3,\ \frac{18}{e^3}\right) \approx (-3,\ 0.9)$

מינימום: $(1,\ -6e) \approx (1,\ -16.31)$

סעיף ג

עם ציר ה־y: $(0, -9)$

עם ציר ה־x: $\left(\sqrt{3}, 0\right)$, $\left(-\sqrt{3}, 0\right)$

סעיף ד

ראו סקיצה.

אסימפטוטה $y = 0$ משמאל, מקסימום $(-3,\ 0.9)$, מינימום $(1,\ -16.31)$.

סעיף ה (1)

גרף IV.

סעיף ה (2)

מקסימום: $\left(-3,\ \frac{18}{e^3}\right)$, $(1,\ 6e)$

מינימום: $\left(\sqrt{3},\ 0\right)$, $\left(-\sqrt{3},\ 0\right)$

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד א' • שאלה 4

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = (a - 4x) \cdot e^{2x-1}$, המוגדרת לכל x.

a הוא פרמטר.

נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 0$ הוא $\frac{16}{e}$.

א. מצאו את הערך של a.

הציבו $a = 10$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על סעיפים ב–ו.

ב. **(1)** מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = 4 \cdot e^{2x-1}$, המוגדרת לכל x.

ד. הסבירו מדוע הפונקצייה $g(x)$ חיובית לכל x.

הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם גרף הפונקצייה $g(x)$.

ה. מצאו את שיעורי הנקודה A.

דרך הנקודה A העבירו אנך לציר ה־x.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי האנך, על ידי ציר ה־x ועל ידי ציר ה־y.

תשובות סופיות

סעיף א

$a = 10$

סעיף ב (1)

$\left(0, \frac{10}{e}\right)$ ו־$(2.5,\ 0)$

סעיף ב (2)

$(2,\ 2e^3)$ – נקודת מקסימום

סעיף ג

סקיצה של f(x)

סעיף ד

$4 > 0$ ו־$e^{2x-1} > 0$ לכל x, לכן המכפלה חיובית.

סעיף ה

$A(1.5,\ 4e^2)$

סעיף ו

$S = 2e^2 - \frac{2}{e} \approx 14.04$

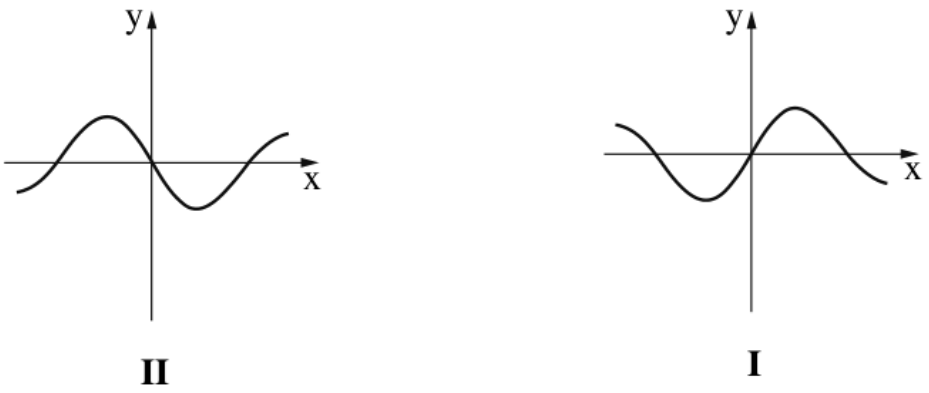
בגרות חורף תשפ"ו (2026) • שאלה 4

4. הפונקצייה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x.

לפונקצייה $f(x)$ יש רק נקודת מינימום אחת ושתי נקודות מקסימום.

לפניכם שני גרפים, I–II. אחד מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

בסרטוט של כל אחד מן הגרפים I–II מופיעות כל נקודות החיתוך של הגרף עם ציר ה־ x.



II I

א. קבעו איזה מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x)=\frac{6x^2}{e^{x^2+2}}$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x.

ג. הוכיחו כי הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית.

ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה־ x.

תשובות סופיות

סעיף א
גרף I.

סעיף ב
$(0,0)$

סעיף ג
$f(-x)=f(x)$ לכל x, לכן $f(x)$ זוגית.

סעיף ד
$\min(0,0)$, $\max\left(1,\frac{6}{e^3}\right)$, $\max\left(-1,\frac{6}{e^3}\right)$

סעיף ה

ראו סקיצה: מינימום ב־$(0,0)$, מקסימומים ב־$x=\pm 1$, הגרף מעל ציר ה־x.

סעיף ו

$\frac{12}{e^3}\approx 0.597$ יחידות שטח

בגרות קיץ תשפ"ה (2025) – מועד ב' • שאלה 4

4. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{e^{2x}}{e^x-4}$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

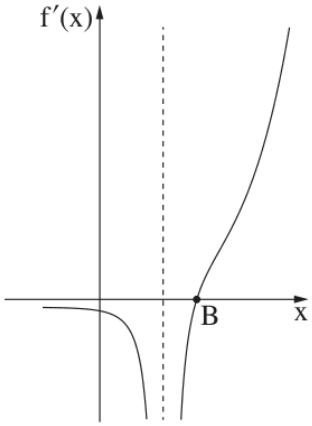
(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה־x של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרות באותו התחום.

גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה־x בנקודה אחת בלבד – הנקודה B.



ג. מצאו את שיעור ה־x של הנקודה B.

ד. **(1)** מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה־x ועל ידי הישר $x=\ell n12$.

תשובות סופיות

סעיף א (1)

$x\neq \ell n\,4$

סעיף א (2)

$x=\ell n\,4$

סעיף ב

$\left(0,-\frac{1}{3}\right)$

אין חיתוך עם ציר ה־x.

סעיף ג

$x_B=\ell n\,8\approx 2.08$

סעיף ד (1)

עולה: $x>\ell n\,8$

יורדת: $x<\ell n\,4$, $\ell n\,4<x<\ell n\,8$.

סעיף ד (2)

סקיצה של f(x)

סעיף ה

$S=2$

בגרות קיץ תשפ"ה (2025) – מועד א' • שאלה 4

4. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{e^{2x}}{x^2-4x+a}$, a הוא פרמטר.

לפונקצייה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית שמשוואתה היא $x=2$.

א. מצאו את הערך של a .

הציבו $a=4$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ב–ד.

ב. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $h(x)=-f(x)+e^8$ שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ד. כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקצייה $h(x)$ עם ציר ה־x ? נמקו את תשובתכם.

תשובות סופיות

סעיף א

$a=4$

סעיף ב (1)

כל x פרט ל־$x=2$.

סעיף ב (2)

$\left(0,\frac{1}{4}\right)$

אין חיתוך עם ציר ה־x.

סעיף ב (3)

$\min(3,\ e^6)$

סעיף ג

ראו סקיצה.

סעיף ד

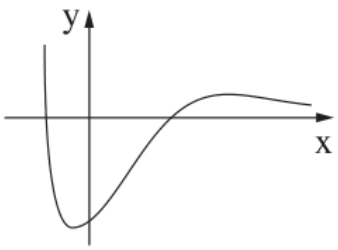
3 נקודות חיתוך.

בגרות חורף תשפ"ה (2025) • שאלה 4

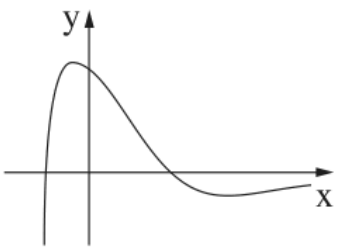
4. הפונקצייה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x.

לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת מקסימום אחת בלבד ושיעור ה־ x שלה חיובי.

לפניכם שני גרפים, I ו־ II, אחד מהם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



II



I

א. קבעו איזה מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ונמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x) = (x^2 - 2) \cdot e^{(-2x+1)}$.

ב. **(1)** מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x.

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = 7 \cdot e^{(-2x+1)}$ המוגדרת לכל x.

ד. **(1)** הסבירו מדוע הפונקצייה $g(x)$ חיובית לכל x.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם גרף הפונקצייה $g(x)$.

דרך כל אחת מן הנקודות שמצאתם בסעיף ד העבירו אנך לציר ה־ x.

ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי האנכים.

תשובות סופיות

סעיף א
גרף I

סעיף ב (1)
$(-\sqrt{2},\ 0)$, $(\sqrt{2},\ 0)$

סעיף ב (2)
מינימום $(-1,\ -e^3)$, מקסימום $\left(2,\ \frac{2}{e^3}\right)$

סעיף ג
סקיצה של f(x)

סעיף ד (1)
$7 > 0$ ו־$e^{-2x+1} > 0$ לכל x.

סעיף ד (2)

$$(-3,\ 7e^7)\text{, }\left(3,\ \frac{7}{e^5}\right)$$

סעיף ה

$$S = 3.5e^7 - \frac{3.5}{e^5} \approx 3838.19$$

בגרות קיץ תשפ"ד (2024) – מועד ב' • שאלה 4

4. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{e^{(ax-1)}}{x^2}$, a הוא פרמטר.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה של הפונקצייה $f(x)$ המאונכת לציר ה־ x .

(3) הסבירו מדוע הפונקצייה $f(x)$ חיובית, בעבור כל x בתחום ההגדרה שלה.

נתון כי הנקודה $\left(-1,\frac{1}{e^3}\right)$ נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a=2$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג–ד.

ג. **(1)** מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=f(x)+k$, k הוא פרמטר.

נתון כי לישר $y=-2e$ ולגרף הפונקצייה $g(x)$ יש בדיוק שתי נקודות משותפות.

ד. מצאו את הערך של k .

תשובות סופיות

סעיף א (1)
כל x פרט ל־0 ($x=0$ $x\neq 0$).

סעיף א (2)
$x=0$

סעיף א (3)
מונה $e^{ax-1}>0$ ומכנה $x^2>0$, לכן $f(x)>0$ בכל התחום.

סעיף ב
$a=2$

סעיף ג (1)
$\min(1,\ e)$

סעיף ג (2)
ראו סקיצה.

סעיף ד
$k=-3e$

בגרות קיץ תשפ"ד (2024) – מועד א' • שאלה 4

4. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{e^{2x}}{e^x-3}$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה האנכית לציר ה־ x של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)$, המקיימת $g(x)=-f(x)+15$.

הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.

ו. **(1)** מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה־ x? נמקו את תשובתכם.

תשובות סופיות

סעיף א (1)
$x \neq \ell n\, 3$

סעיף א (2)
$x = \ell n\, 3$

סעיף ב
$\left(0, -\frac{1}{2}\right)$
אין חיתוך עם ציר ה־x.

סעיף ג
$(\ell n\, 6,\ 12)$ – מינימום

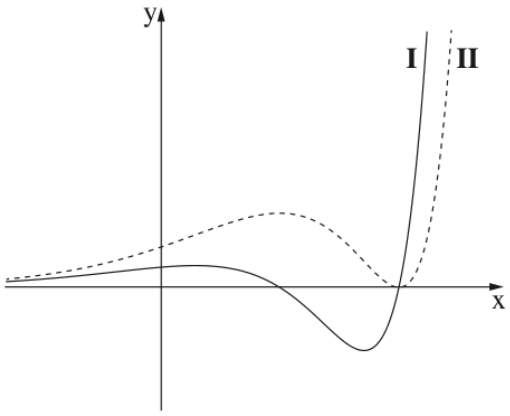
סעיף ד
עולה: $x > \ell n\, 6$
יורדת: $x < \ell n\, 3$, $\ell n\, 3 < x < \ell n\, 6$.

סעיף ה
סקיצה של f(x)

סעיף ו (1)
$(\ell n\, 6,\ 3)$ – מקסימום

סעיף ו (2)
שתי נקודות חיתוך

בגרות חורף תשפ"ד (2024) • שאלה 4



4. בסרטוט שלפניכם מוצגים הגרפים I ו־ II .

אחד מן הגרפים הוא הגרף של פונקצייה $f(x)$,

והאחר הוא הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

א. איזה מן הגרפים I–II מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$?

נמקו את תשובתכם.

נתון כי $f(x)=(x-4)^2\cdot e^{x-3}$.

ב. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן על פי הגרף.

ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה־ x .

נתונה הפונקצייה $g(x)=-f'(x)$.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$ ועל ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את תשובתכם.

תשובות סופיות

סעיף א

גרף I.

סעיף ב (1)

כל x.

סעיף ב (2)

$(4,0)$,$\left(0,\frac{16}{e^3}\right)$

סעיף ב (3)

$\min(4,0)$,$\max\left(2,\frac{4}{e}\right)$

סעיף ג

$\frac{4}{e}\approx 1.47$ יחידות שטח

סעיף ד

$\frac{8}{e}\approx 2.94$ יחידות שטח

בגרות קיץ תשפ"ג (2023) – מועד ב' • שאלה 4

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = (2x^2 - 11x + 14) \cdot e^{4-x}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$?

ב. **(1)** מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

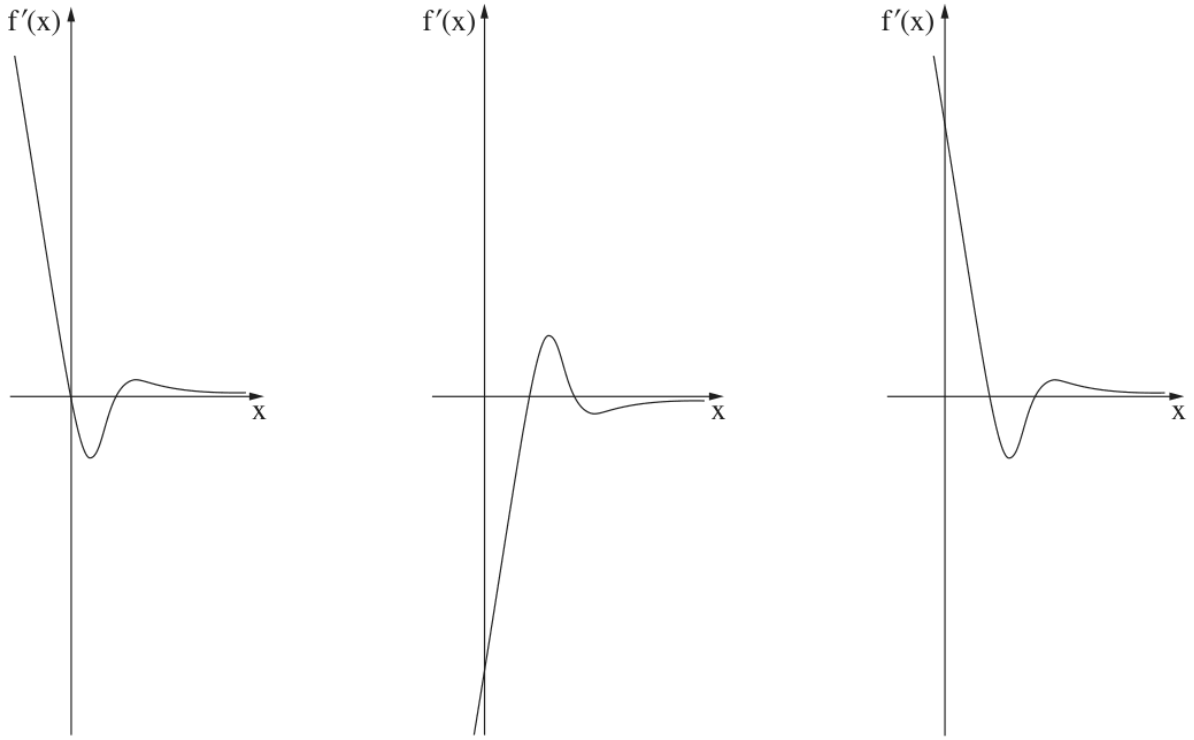
(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ג. אחד מן הגרפים I–III שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

ד. קבעו עבור אילו ערכי x מתקיים: $f(x) < 0$ וגם $f'(x) < 0$. נמקו את קביעתכם.

ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה־ x .



I II III

תשובות סופיות

סעיף א

כל x

סעיף ב (1)

$(2, 0)$, $(3.5, 0)$, $(0, 14e^4)$

סעיף ב (2)

מינימום $(2.5, -e^{1.5})$, מקסימום $(5, \frac{9}{e})$

סעיף ב (3)

סקיצה של f(x)

סעיף ג

גרף II (רק בו $f'(0) < 0$).

סעיף ד

$2 < x < 2.5$

סעיף ה

$S = \frac{9}{e} + e^{1.5} \approx 7.793$

בגרות קיץ תשפ"ג (2023) – מועד מיוחד • שאלה 4

4. נתונה הפונקצייה: $f(x)=\frac{e^{a+x}}{x-2}$, a הוא פרמטר.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה של הפונקצייה $f(x)$ המאונכת לציר ה־ x .

נתון כי הנקודה $\left(4\ ,\ \frac{e^5}{2}\right)$ נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את הפרמטר a .

הציבו בפונקצייה $f(x)$ את הפרמטר a שמצאתם בסעיף ב, וענו על הסעיפים ג–ה.

ג. **(1)** מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) מצאו את תחומי הירידה של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=-f(x)+13$ המוגדרת באותו תחום שבו מוגדרת הפונקצייה $f(x)$.

ה. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה $g(x)$. נמקו את תשובתכם.

תשובות סופיות

סעיף א (1)

$x \neq 2$

סעיף א (2)

$x = 2$

סעיף ב

$a = 1$

סעיף ג (1)

מינימום: $(3,\ e^4) \approx (3,\ 54.6)$

סעיף ג (2)

ירידה: $x < 2$, וגם $2 < x < 3$

סעיף ג (3)

עם ציר y: $\left(0,\ -\frac{e}{2}\right) \approx (0,\ -1.36)$

עם ציר x: אין

סעיף ד

ראו סקיצה.

אסימפטוטה $x = 2$, מינימום $(3,\ 54.6)$.

סקיצה של גרף הפונקציה f(x)

סעיף ה

חיובית: $x < 2$

שלילית: $x > 2$

בגרות קיץ תשפ"ג (2023) – מועד א' • שאלה 4

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = e^x \cdot (e^x - 6)^2$ המוגדרת לכל x.

א. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ב. הראו כי מתקיים: $f(x) = e^{3x} - 12e^{2x} + 36e^x$.

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = e^{3x}$ העולה לכל x.

ה. **(1)** מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם גרף הפונקצייה $g(x)$.

(2) באותה מערכת צירים שבה סרטטתם את גרף הפונקצייה $f(x)$, סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$ בקו מקווקו.

(3) מצאו את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקצייה $f(x)$, על ידי הגרף של הפונקצייה $g(x)$ ועל ידי ציר ה־ y.

תשובות סופיות

סעיף א

$(0,\ 25)$,$(\ell n\,6,\ 0)$

סעיף ב

$f(x) = e^{3x} - 12e^{2x} + 36e^x$ (הוכחה)

סעיף ג

$\min(\ell n6,\ 0)$,$\max(\ell n2,\ 32)$

סעיף ד

אסימפטוטה אופקית $y = 0$ (משמאל)

ראו סקיצה.

סעיף ה (1)

$(\ell n\,3,\ 27)$

סעיף ה (2)

ראו סרטוט.

סעיף ה (3)

24 יחידות שטח

בגרות חורף תשפ"ג (2023) • שאלה 3

3. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{e^{2x}}{x^2-2}$.

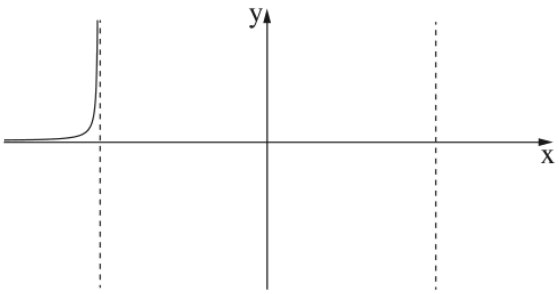
א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לציר ה־ x.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. לפניכם סקיצה חלקית של גרף הפונקצייה $f(x)$.



העתיקו את הסקיצה החלקית למחברתכם, והשלימו בה את החלקים החסרים של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=f(x)+c$. c הוא פרמטר.

ה. מצאו את שני הערכים האפשריים של c שבעבורם יש לפונקצייה $g(x)$ נקודת קיצון על הישר $y=3$.

נמקו את תשובתכם.

תשובות סופיות

סעיף א (1)

כל x פרט ל־$x=\pm\sqrt{2}$.

סעיף א (2)

$x=\sqrt{2}, x=-\sqrt{2}$

סעיף ב

$\left(0,-\frac{1}{2}\right)$

אין חיתוך עם ציר ה־x.

סעיף ג

$\max\left(-1,-\frac{1}{e^2}\right)$, $\min\left(2,\frac{e^4}{2}\right)$

סעיף ד

ראו סקיצה.

סעיף ה

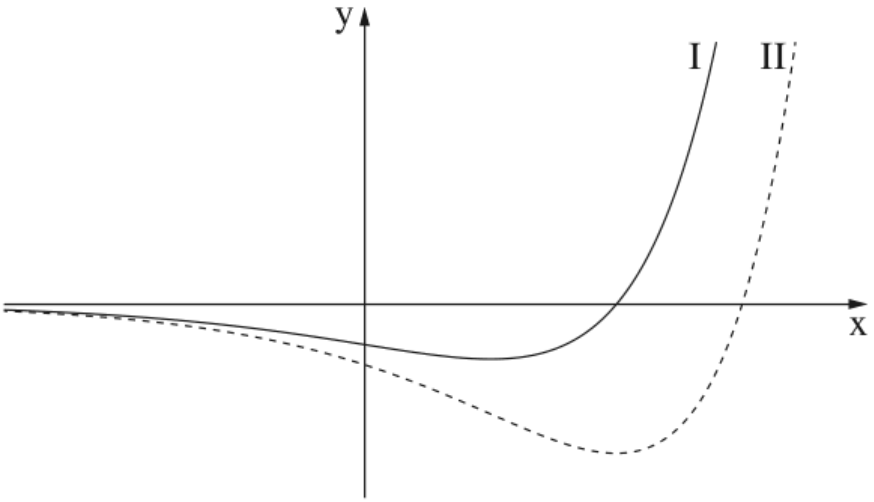
$c=3+\frac{1}{e^2}$ או $c=3-\frac{e^4}{2}$

בגרות חורף תשפ"ג (2023) • שאלה 5

5. בסרטוט שלפניכם מתוארים שני גרפים: I , II .

אחד מהם הוא גרף הפונקצייה $f(x)$, והאחר הוא גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

כל אחד מן הגרפים חותך את ציר ה־ x בנקודה אחת בלבד.



א. איזה מן הגרפים I , II מתאים לגרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמקו.

נתון: $f(x) = (x-3) \cdot e^x$.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = -f'(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$ ועל ידי ציר ה־ y .

תשובות סופיות

סעיף א

גרף I.

סעיף ב

כל x.

סעיף ג

$(0,-3)$, $(3,0)$

סעיף ד

עלייה: $x > 2$

ירידה: $x < 2$.

סעיף ה

ראו סקיצה: שיקוף של גרף l ביחס לציר ה־x.

סעיף ו

$2e^2 - 6 \approx 8.778$ יחידות שטח

בגרות קיץ תשפ"ב (2022) – מועד ב' • שאלה 3

3. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{x^2}{e^x}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$?

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)$, המקיימת $g(x)=-2f(x)$ לכל x .

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$ במערכת הצירים שבה סרטטתם את גרף הפונקצייה $f(x)$.

נסמן ב־ S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישר $x=3$.

ז. הביעו באמצעות S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$ ועל ידי הישר $x=3$. נמקו את תשובתכם.

תשובות סופיות

סעיף א

כל x

סעיף ב

$(0,\ 0)$

סעיף ג

מינימום $(0,\ 0)$, מקסימום $\left(2,\ \frac{4}{e^2}\right)$

סעיף ד

עולה: $0<x<2$

יורדת: $x<0$, $x>2$.

סעיף ה

סקיצה של f(x)

סעיף ו

הגרפים של f(x) ו-g(x)

סעיף ז

$3S$

בגרות קיץ תשפ"ב (2022) – מועד א' • שאלה 3

3. נתונה הפונקצייה $f(x) = (4 - 3x) \cdot e^{3x}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$?

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ג. **(1)** מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

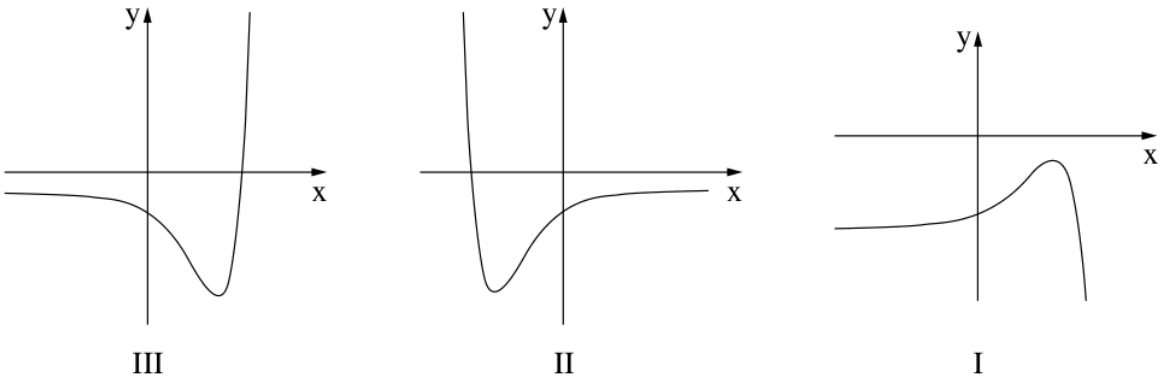
(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = -2 \cdot f(x) - 1$.

ה. **(1)** מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) אחד מן הגרפים I–III שלפניכם מתאר את גרף הפונקצייה $g(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.



III II I

תשובות סופיות

סעיף א

כל x

סעיף ב

עם ציר ה־y: $(0,\ 4)$

עם ציר ה־x: $\left(\frac{4}{3},\ 0\right)$

סעיף ג (1)

מקסימום: $\left(1,\ e^3\right) \approx (1,\ 20.09)$

סעיף ג (2)

עלייה: $x < 1$

ירידה: $x > 1$

סעיף ד

ראו סקיצה.

אסימפטוטה $y = 0$ משמאל, מקסימום $(1,\ 20.09)$, חיתוך $(0,\ 4)$ ו־$\left(\frac{4}{3},\ 0\right)$.

סעיף ה (1)

מינימום: $\left(1,\ -2e^3 - 1\right) \approx (1,\ -41.17)$

סעיף ה (2)
גרף III.

בגרות קיץ תשפ"ב (2022) – מועד א' • שאלה 5

5. הפונקצייה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה, $f'(x)$, מוגדרות לכל x.

נתון: $f'(x) = e^x - e^{2-x}$.

א. מצאו את שיעור ה־x של נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

נתון כי הפונקצייה $f(x)$ חיובית לכל x.

ב. סרטטו סקיצה אפשרית של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ג. קבעו איזו מן האפשרויות (1)–(4) שלפניכם יכולה לתאר את הפונקצייה $f(x)$. נמקו.

$$f(x) = e^x - e^{2-x} + c \quad (1)$$

$$f(x) = e^x + \frac{1}{2}e^{2-x} + c \quad (2)$$

$$f(x) = e^x - \frac{1}{2}e^{2-x} + c \quad (3)$$

$$f(x) = e^x + e^{2-x} + c \quad (4)$$

c הוא פרמטר.

דרך נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$ העבירו אנך לציר ה־x.

נתון: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי האנך, ועל ידי הצירים הוא $e^2 + e - 1$.

ד. **(1)** מצאו את c.

(2) מצאו את ערך ה־y של נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$.

תשובות סופיות

סעיף א
$x = 1$, נקודת מינימום.

סעיף ב
ראו סקיצה: גרף מעל ציר ה־x, יורד עד מינימום ב־$x = 1$ ואחר כך עולה.

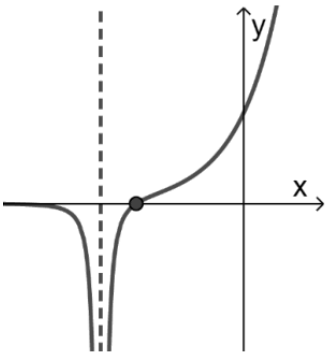
סעיף ג
אפשרות (4): $f(x) = e^x + e^{2-x} + c$

סעיף ד (1)
$c = e$

סעיף ד (2)
$y = 3e \approx 8.15$

בגרות חורף נבצרים תשפ"ב (2022) • שאלה 5

5. הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$ מוגדרות בתחום $x \neq -2$.



לפניך סרטוט של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה-x בנקודה אחת $(a,0)$. a הוא קבוע.

א. הבע באמצעות a את שיעור ה-x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

נתון גם כי: $f(x)=\frac{e^{2x}}{x+2}$.

ב. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, ורשום את הערך של a.

ג. רשום את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ה. מצא את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה-x של הפונקציה $f(x)$.

ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ז. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ציר ה-x וציר ה-y.

תשובות סופיות

סעיף א

$x=a$, נקודת מינימום.

סעיף ב

מינימום: $(-1.5,\ 0.1)\approx\left(-1.5,\ \frac{2}{e^3}\right)$

$a=-1.5$

סעיף ג

עלייה: $x>-1.5$

ירידה: $x<-2$ או $-2<x<-1.5$

סעיף ד

עם ציר ה־y: $(0,\ 0.5)$

עם ציר ה־x: אין.

סעיף ה

$x=-2$

סעיף ו

ראו סקיצה.

סעיף ז

$S=\frac{1}{2}-\frac{2}{e^3}\approx 0.4$

בגרות חורף תשפ"ב (2022) • שאלה 4

4. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{8}{e^x}+\frac{e^x}{2}+c$, c הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ עובר דרך ראשית הצירים.

ב. מצא את c .

הצב בפונקציה $f(x)$ את הערך של c שמצאת בסעיף ב, וענה על הסעיפים ג–ו.

ג. מצא את שיעורי נקודת החיתוך הנוספת של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

ד. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נסמן ב־ S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, ועל ידי ציר ה־ x .

נסמן ב־ S_1 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $-f(x)$, ועל ידי ציר ה־ x .

נסמן ב־ S_2 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $2\cdot f(x)$, ועל ידי ציר ה־ x .

ו. בעבור כל אחד מן השטחים S_1 ו־ S_2 קבע אם הוא גדול מ־ S , קטן ממנו או שווה לו.

תשובות סופיות

סעיף א

כל x

סעיף ב

$c=-8.5$

סעיף ג

$(\ell n16,\ 0)\approx(2.77,\ 0)$

סעיף ד

מינימום: $(\ell n4,\ -4.5)\approx(1.39,\ -4.5)$

סעיף ה

ראו סקיצה.

מינימום $(\ell n4,\ -4.5)$, חיתוך עם ציר x ב־0 וב־$\ell n16$.

סקיצה של גרף הפונקציה f(x)

סעיף ו

$S_1=S$

$S_2=2S$, כלומר $S_2>S$

הפתרונות נכתבו בעזרת בינה מלאכותית ונבדקו, אך ייתכנו טעויות – ללא אחריות. מומלץ להשוות לפתרון הרשמי.