סטטיסטיקה ורגרסיה – כל השאלות עם פתרונות מלאים

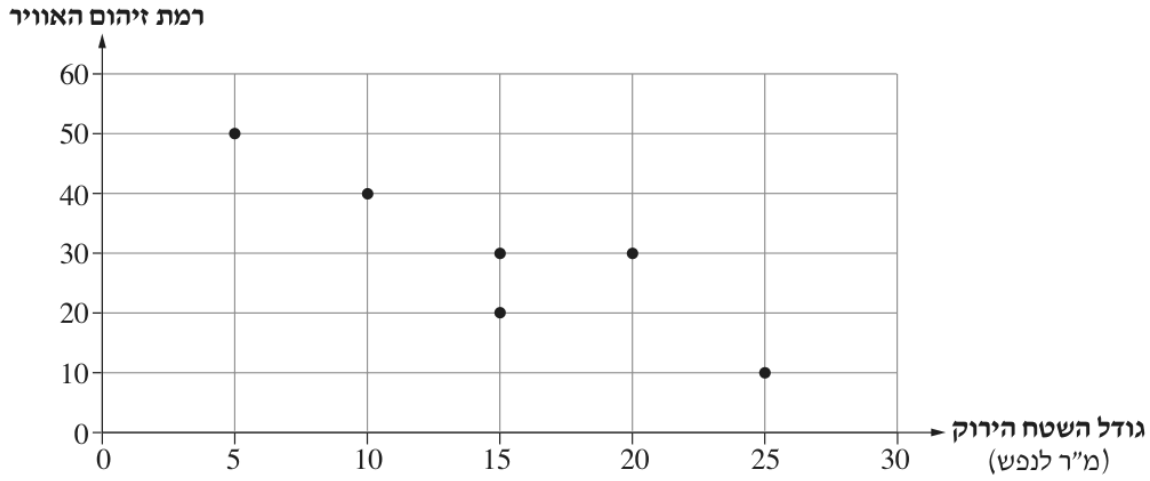
הכנה לבגרות במתמטיקה – 4 יחידות, כיתה י"א (שאלון 471) • 12 שאלות

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 2

2. חוקר סביבה בדק ב־ 6 ערים שונות את הקשר בין גודל השטח הירוק (פארקים וגינות) לנפש בעיר (המשתנה x) ובין רמת זיהום האוויר בעיר (המשתנה y).

החוקר קבע את רמת זיהום האוויר בכל עיר על פי מדד איכות האוויר AQI (מדד מספרי של כמות המזהמים באוויר).

הנתונים מוצגים בדיאגרמת הפיזור שלפניכם.



נסמן ב־ r את מקדם המתאם בין x ל־ y.

א. לפניכם ארבעה היגדים I–IV. קבעו איזה היגד נכון. נמקו את קביעתכם.

I. $0 < r < 1$

II. $r = -1$

III. $-1 < r < 0$

IV. אי אפשר לקבוע את טווח הערכים של r.

ב. **(1)** חשבו את ממוצע גודל השטח הירוק לנפש ב־ 6 הערים.

(2) חשבו את ממוצע רמת זיהום האוויר ב־ 6 הערים.

נתון כי משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x היא: $y = -1.8x + b$.

ג. **(1)** מצאו את הערך של b.

(2) על פי ישר הרגרסיה, מהו הניבוי לרמת זיהום האוויר בעיר שגודל השטח הירוק שלה הוא 18 מ"ר לנפש?

ד. חשבו את סטיית התקן של גודל השטח הירוק ב־ 6 הערים.

החוקר מצא כי סטיית התקן של רמת זיהום האוויר היא $S_y = \sqrt{\frac{500}{3}}$.

ה. היעזרו במשוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x ומצאו את מקדם המתאם r.

החוקר גילה שהייתה תקלה במכשיר המדידה, וכי למעשה רמת זיהום האוויר בכל אחת מ־ 6 הערים הייתה גבוהה ב־ 4 מרמת הזיהום שנמדדה. החוקר תיקן את הנתונים בהתאם לכך.

ו. **(1)** האם שיפוע ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x לאחר תיקון הנתונים גדל, קטן או לא השתנה? נמקו את תשובתכם.

(2) כתבו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x לאחר תיקון הנתונים של רמת זיהום האוויר.

פתרון מלא

סעיף א

בדיאגרמת הפיזור הנקודות יורדות משמאל לימין: ככל שגודל השטח הירוק גדל, רמת זיהום האוויר בדרך כלל קטנה. לכן הקשר **שלילי**, ו־$r < 0$.

הנקודות אינן נמצאות כולן על קו ישר אחד (למשל בעבור $x = 15$ יש שתי נקודות: $y = 20$ ו־$y = 30$), ולכן $r \neq -1$.

מכאן $-1 < r < 0$, כלומר היגד III נכון.

תשובה: היגד III נכון: $-1 < r < 0$.

סעיף ב (1)

מהדיאגרמה נקרא את ערכי x של 6 הערים: $5,\ 10,\ 15,\ 15,\ 20,\ 25$.

$$\bar{x} = \frac{5 + 10 + 15 + 15 + 20 + 25}{6} = \frac{90}{6} = 15$$

תשובה: $\bar{x} = 15$ מ"ר לנפש.

סעיף ב (2)

ערכי y (לפי אותן ערים): $50,\ 40,\ 30,\ 20,\ 30,\ 10$.

$$\bar{y} = \frac{50 + 40 + 30 + 20 + 30 + 10}{6} = \frac{180}{6} = 30$$

תשובה: $\bar{y} = 30$

סעיף ג (1)

ישר הרגרסיה עובר תמיד דרך נקודת הממוצעים $(\bar{x}, \bar{y}) = (15, 30)$. נציב בישר $y = -1.8x + b$:

$$30 = -1.8 \cdot 15 + b \ \Rightarrow\ 30 = -27 + b \ \Rightarrow\ b = 57$$

תשובה: $b = 57$

סעיף ג (2)

משוואת ישר הרגרסיה: $y = -1.8x + 57$. נציב $x = 18$:

$$y = -1.8 \cdot 18 + 57 = -32.4 + 57 = 24.6$$

תשובה: הניבוי הוא 24.6

סעיף ד

נחשב את ריבועי הסטיות מהממוצע $\bar{x} = 15$:

x	5	10	15	15	20	25
$(x - \bar{x})^2$	100	25	0	0	25	100

$$S_x^2 = \frac{100 + 25 + 0 + 0 + 25 + 100}{6} = \frac{250}{6} = \frac{125}{3}$$

$$S_x = \sqrt{\frac{125}{3}} \approx 6.45$$

תשובה: $S_x = \sqrt{\frac{125}{3}} \approx 6.45$ מ"ר לנפש.

סעיף ה

שיפוע ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x הוא $r \cdot \frac{S_y}{S_x}$, והשיפוע הנתון הוא -1.8:

$$r \cdot \frac{S_y}{S_x} = -1.8$$

$$\frac{S_y}{S_x} = \frac{\sqrt{\frac{500}{3}}}{\sqrt{\frac{125}{3}}} = \sqrt{\frac{500}{125}} = \sqrt{4} = 2$$

$$2r = -1.8 \;\Rightarrow\; r = -0.9$$

תשובה: $r = -0.9$

סעיף ו (1)

כל ערכי y גדלו ב־4. הוספת קבוע לכל הערכים מזיזה את הממוצע $\bar{y}$ ב־4, אבל **לא משנה** את סטיית התקן S_y ולא את מקדם המתאם r (המרחקים בין הנקודות לא השתנו – כל הדיאגרמה זזה 4 יחידות למעלה).

לכן השיפוע $r \cdot \frac{S_y}{S_x}$ לא השתנה.

תשובה: לא – השיפוע לא השתנה.

סעיף ו (2)

אחרי התיקון: $\bar{x} = 15$ (לא השתנה), $\bar{y} = 30 + 4 = 34$, והשיפוע נשאר -1.8. נציב את נקודת הממוצעים:

$$34 = -1.8 \cdot 15 + b \;\Rightarrow\; b = 34 + 27 = 61$$

(כל ישר הרגרסיה פשוט עלה ב־4: $57 + 4 = 61$.)

תשובה: $y = -1.8x + 61$

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד א' • שאלה 2

2. בחברת שיווק בדקו את הקשר בין ההוצאות על פרסום (המשתנה x) ובין ההכנסות (המשתנה y) של 5 חברות א'–ה' בחודש מסוים. הנתונים מוצגים בטבלה שלפניכם.

החברה	ההוצאות על פרסום (באלפי שקלים) המשתנה x	ההכנסות (באלפי שקלים) המשתנה y
א'	10	16
ב'	15	17
ג'	20	20
ד'	25	34
ה'	30	68

א. **(1)** חשבו את ממוצע ההוצאות על פרסום של 5 החברות בחודש זה.

(2) חשבו את סטיית התקן של ההוצאות על פרסום של 5 החברות בחודש זה.

בחברת השיווק מצאו כי ממוצע ההכנסות של 5 החברות בחודש זה היה 31 אלף שקלים, וכי סטיית התקן של ההכנסות שלהן הייתה $8\sqrt{6}$ אלף שקלים.

ב. מצאו את מקדם המתאם r.

ג. **(1)** מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x.

(2) על פי ישר הרגרסיה, מהו הניבוי להכנסות החודשיות בחברה שההוצאות החודשיות שלה על פרסום הן 24 אלף שקלים?

בחודש שלאחר מכן גדלו ההכנסות של כל אחת מן החברות ב־ 15% (ההוצאות על פרסום של כל אחת מן החברות לא השתנו).

ד. לפניכם שלושה היגדים I–III.

קבעו בעבור כל היגד אם הוא נכון או לא נכון. נמקו את קביעותיכם.

I. בחודש שבו גדלו ההכנסות הייתה סטיית התקן של ההכנסות $10\sqrt{6}$.

II. בחודש שבו גדלו ההכנסות, שיפוע ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x – לא השתנה.

III. הנקודה $(20\ ,\ 35.65)$ נמצאת על ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x בחודש שבו גדלו ההכנסות.

פתרון מלא

סעיף א (1)

$$\bar{x} = \frac{10+15+20+25+30}{5} = \frac{100}{5} = 20$$

תשובה: $\bar{x} = 20$ **אלף שקלים.**

סעיף א (2)

x	y	$x-\bar{x}$	$y-\bar{y}$	$(x-\bar{x})(y-\bar{y})$	$(x-\bar{x})^2$
10	16	-10	-15	150	100
15	17	-5	-14	70	25
20	20	0	-11	0	0
25	34	5	3	15	25

30	68	10	37	370	100
סכום				605	250

$$S_x^2 = \frac{\sum (x-\bar{x})^2}{n} = \frac{100+25+0+25+100}{5} = \frac{250}{5} = 50$$
$$S_x = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \approx 7.07$$

תשובה: $S_x = 5\sqrt{2} \approx 7.07$ **אלף שקלים.**

סעיף ב

נשתמש בנוסחת מקדם המתאם (סכום המכפלות מחושב בטבלה בסעיף א):

$$r = \frac{\sum (x-\bar{x})(y-\bar{y})}{n \cdot S_x \cdot S_y} = \frac{605}{5 \cdot 5\sqrt{2} \cdot 8\sqrt{6}} = \frac{605}{400\sqrt{3}} \approx 0.873$$

תשובה: $r \approx 0.873$

סעיף ג (1)

שיפוע ישר הרגרסיה:

$$r \cdot \frac{S_y}{S_x} = 0.873 \cdot \frac{8\sqrt{6}}{5\sqrt{2}} \approx 2.42$$

הישר עובר דרך נקודת הממוצעים $(20, 31)$:

$$y - 31 = 2.42(x - 20) \;\Rightarrow\; y = 2.42x - 48.4 + 31 \;\Rightarrow\; y = 2.42x - 17.4$$

תשובה: $y = 2.42x - 17.4$

סעיף ג (2)

נציב $x = 24$:

$$y = 2.42 \cdot 24 - 17.4 = 58.08 - 17.4 = 40.68$$

ההכנסות נמדדות באלפי שקלים, כלומר 40,680 שקלים.

תשובה: 40,680 שקלים (40.68 אלף).

סעיף ד

כל ההכנסות גדלו ב־15%, כלומר כל ערך y הוכפל ב־1.15.

I – לא נכון. כשכל הערכים מוכפלים ב־1.15, גם סטיית התקן מוכפלת ב־1.15:

$$1.15 \cdot 8\sqrt{6} = 9.2\sqrt{6} \neq 10\sqrt{6}$$

II – לא נכון. מקדם המתאם r לא משתנה: לפי הנוסחה $r = \frac{1}{N}(z_{x_1}z_{y_1} + \cdots + z_{x_N}z_{y_N})$, וכשכל ערכי y מוכפלים ב־1.15 גם $y - \bar{y}$ וגם S_y מוכפלים ב־1.15, כך שציוני התקן $z_y = \frac{y-\bar{y}}{S_y}$ אינם משתנים. בנוסף S_x לא משתנה ו־S_y גדל פי 1.15, ולכן השיפוע $r \cdot \frac{S_y}{S_x}$ גדל פי 1.15 (מ־2.42 לכ־2.78).

III – נכון. ישר הרגרסיה עובר תמיד דרך נקודת הממוצעים. בחודש שאחרי: $\bar{x} = 20$ (לא השתנה) ו־$\bar{y} = 1.15 \cdot 31 = 35.65$, ולכן הנקודה $(20,\ 35.65)$ נמצאת על הישר.

תשובה: I – לא נכון; II – לא נכון; III – נכון.

בגרות חורף תשפ"ו (2026) • שאלה 2

2. תזונאי בדק את הקשר בין הטמפרטורה המקסימלית בירושלים ביום מסוים (המשתנה x) ובין צריכת המים באותו היום (המשתנה y) של יוסי, תושב ירושלים.

בטבלה שלפניכם מוצגים הנתונים שהתקבלו בבדיקה של התזונאי בעבור 6 ימים.

הטמפרטורה המקסימלית (מעלות צלזיוס) – המשתנה x	**צריכת המים של יוסי** (ליטרים) – המשתנה y
20	1.6
22	1.7
24	2.4
26	2.7
28	2.9
30	3.1

א. **(1)** מצאו את הממוצע של הטמפרטורה המקסימלית ב־ 6 הימים שנבדקו.

(2) מצאו את סטיית התקן של הטמפרטורה המקסימלית ב־ 6 הימים שנבדקו.

התזונאי חישב ומצא כי הממוצע של צריכת המים של יוסי ב־ 6 הימים שנבדקו הוא 2.4 ליטר, וסטיית התקן של צריכת המים שלו היא $\frac{7\sqrt{6}}{30}$ ליטר.

ב. מצאו את מקדם המתאם r בין שני המשתנים.

ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x.

התזונאי הכפיל כל אחד מנתוני צריכת המים של יוסי (המשתנה y) פי 3, כדי לייצג את צריכת המים של המשפחה של יוסי.

ד. בעבור כל אחד מן המדדים I, II שלפניכם, קבעו אם הערך שלו גדל, קטן או לא השתנה לאחר ההכפלה.

נמקו את קביעותיכם.

I. הממוצע של המשתנה y.

II. סטיית התקן של המשתנה y.

ה. מצאו את השיפוע של ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x לאחר ההכפלה. נמקו את תשובתכם.

פתרון מלא

סעיף א (1)

$$\bar{x} = \frac{20+22+24+26+28+30}{6} = \frac{150}{6} = 25$$

תשובה: $\bar{x} = 25$ **מעלות.**

סעיף א (2)

x	y	$x-\bar{x}$	$y-\bar{y}$	$(x-\bar{x})(y-\bar{y})$	$(x-\bar{x})^2$
20	1.6	-5	-0.8	4	25
22	1.7	-3	-0.7	2.1	9
24	2.4	-1	0	0	1
26	2.7	1	0.3	0.3	1

28	2.9	3	0.5	1.5	9
30	3.1	5	0.7	3.5	25
סכום				11.4	70

$$S_x^2 = \frac{25+9+1+1+9+25}{6} = \frac{70}{6} = \frac{35}{3}$$

$$S_x = \sqrt{\frac{35}{3}} \approx 3.416$$

תשובה: $S_x = \sqrt{\frac{35}{3}} \approx 3.416$ **מעלות.**

סעיף ב

לפי נוסחת מקדם המתאם (סכום המכפלות בטבלה בסעיף א):

$$r = \frac{\sum (x-\bar{x})(y-\bar{y})}{n \cdot S_x \cdot S_y} = \frac{11.4}{6 \cdot \sqrt{\frac{35}{3}} \cdot \frac{7\sqrt{6}}{30}} \approx 0.973$$

תשובה: $r \approx 0.973$

סעיף ג

שיפוע ישר הרגרסיה:

$$r \cdot \frac{S_y}{S_x} = 0.973 \cdot \frac{\frac{7\sqrt{6}}{30}}{\sqrt{\frac{35}{3}}} \approx 0.163$$

הישר עובר דרך נקודת הממוצעים $(25,\ 2.4)$:

$$y - 2.4 = 0.163(x - 25) \ \Rightarrow \ y = 0.163x - 4.075 + 2.4 \ \Rightarrow \ y = 0.163x - 1.675$$

תשובה: $y = 0.163x - 1.675$

סעיף ד

כל ערכי y הוכפלו פי 3.

I – הממוצע גדל: כשמכפילים כל ערך פי 3, גם הממוצע מוכפל פי 3: $\bar{y} = 3 \cdot 2.4 = 7.2$.

II – סטיית התקן גדלה: כל המרחקים מהממוצע מוכפלים פי 3, ולכן גם סטיית התקן מוכפלת פי 3: $S_y = 3 \cdot \frac{7\sqrt{6}}{30} = \frac{7\sqrt{6}}{10} \approx 1.71$.

תשובה: I – גדל; II – גדלה.

סעיף ה

מקדם המתאם r לא משתנה כשמכפילים את כל ערכי y במספר חיובי (צורת הפיזור נשמרת), S_x לא משתנה, ו־S_y גדלה פי 3. לכן השיפוע $r \cdot \frac{S_y}{S_x}$ גדל פי 3:

$$3 \cdot 0.163 = 0.489$$

תשובה: השיפוע הוא 0.489 **(גדל פי 3).**

בגרות קיץ תשפ"ה (2025) – מועד ב' • שאלה 2

2. יואב בדק את הקשר הליניארי בין מרחק הריצה שלו (המשתנה x) לבין מהירות הריצה שלו (המשתנה y) ב־ 6 מסלולים שונים א'–ו'. הנתונים מוצגים בטבלה שלפניכם.

המסלול	מרחק הריצה (ק"מ) – המשתנה x	מהירות הריצה (קמ"ש) – המשתנה y
א'	2	12
ב'	4.5	11
ג'	6	11.5
ד'	7	?
ה'	8	8.5
ו'	8.5	7

א. חשבו את מרחק הריצה הממוצע של יואב ב־ 6 המסלולים.

ב. הראו כי סטיית התקן של מרחק הריצה של יואב ב־ 6 המסלולים היא $S_x = \sqrt{\frac{59}{12}}$.

יואב מצא כי ממוצע מהירות הריצה שלו ב־ 6 המסלולים שווה למהירות הריצה שלו במסלול ד'.

ג. חשבו את מהירות הריצה של יואב במסלול ד'.

נתונים המספרים: 0.95 , 0.24 , -1 , -0.86 . אחד מהם הוא מקדם המתאם r.

ד. קבעו איזה מן המספרים הוא מקדם המתאם r, ונמקו את קביעתכם.

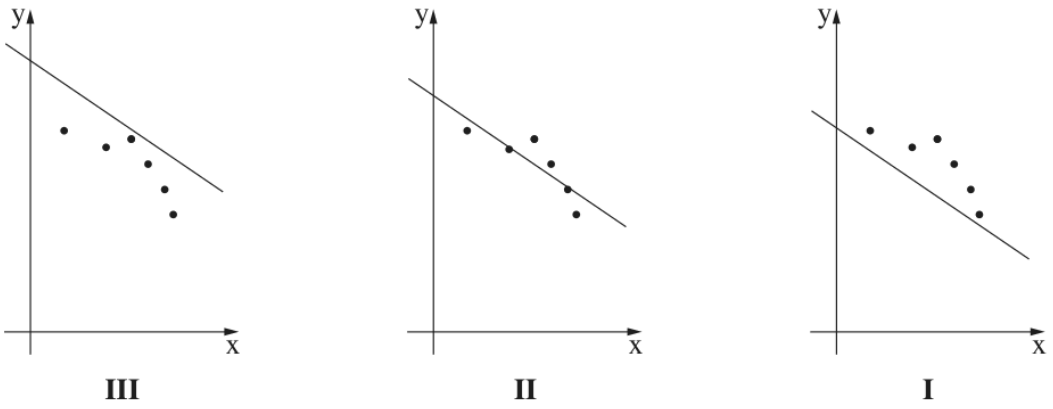
יואב חישב את סטיית התקן של מהירות הריצה שלו ב־ 6 המסלולים ומצא כי $S_y = \sqrt{\frac{37}{12}}$.

ה. **(1)** מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x.

(2) על פי ישר הרגרסיה, מהו הניבוי למהירות הריצה של יואב למרחק של 4 ק"מ?

לפניכם שלוש דיאגרמות פיזור I–III. הנקודות בכל אחת מן הדיאגרמות מתארות את נתוני הריצה של יואב ב־ 6 המסלולים.

ו. קבעו באיזו מן הדיאגרמות I–III מסורטט ישר הרגרסיה שמצאתם בסעיף ה. נמקו את קביעתכם.



פתרון מלא

סעיף א

$$\bar{x} = \frac{2 + 4.5 + 6 + 7 + 8 + 8.5}{6} = \frac{36}{6} = 6$$

תשובה: $\bar{x} = 6$ **ק"מ**

סעיף ב

x	2	4.5	6	7	8	8.5
$x - \bar{x}$	-4	-1.5	0	1	2	2.5
$(x - \bar{x})^2$	16	2.25	0	1	4	6.25

$$S_x^2 = \frac{16 + 2.25 + 0 + 1 + 4 + 6.25}{6} = \frac{29.5}{6} = \frac{59}{12} \;\Rightarrow\; S_x = \sqrt{\frac{59}{12}}$$

תשובה: ✓ $S_x = \sqrt{\frac{59}{12}} \approx 2.22$

סעיף ג

נסמן ב־y את המהירות במסלול ד'. הממוצע שווה ל־y:

$$\frac{12 + 11 + 11.5 + y + 8.5 + 7}{6} = y \;\Rightarrow\; 50 + y = 6y \;\Rightarrow\; 5y = 50 \;\Rightarrow\; y = 10$$

תשובה: 10 קמ"ש

סעיף ד

ככל שמרחק הריצה גדל, המהירות בדרך כלל קטנה – הקשר שלילי, ולכן $r < 0$. נשארות האפשרויות -1 ו־-0.86.

$r = -1$ רק אם כל הנקודות נמצאות על ישר אחד. זה לא המצב: למשל, מ־$x = 4.5$ ל־$x = 6$ המהירות **עלתה** (מ־11 ל־11.5). לכן $r = -0.86$.

תשובה: $r = -0.86$

סעיף ה (1)

שיפוע ישר הרגרסיה:

$$r \cdot \frac{S_y}{S_x} = -0.86 \cdot \frac{\sqrt{\frac{37}{12}}}{\sqrt{\frac{59}{12}}} = -0.86 \cdot \sqrt{\frac{37}{59}} \approx -0.68$$

הישר עובר דרך נקודת הממוצעים $(6, 10)$:

$$y - 10 = -0.68(x - 6) \;\Rightarrow\; y = -0.68x + 4.08 + 10 \;\Rightarrow\; y = -0.68x + 14.08$$

תשובה: $y = -0.68x + 14.08$

סעיף ה (2)

$$y = -0.68 \cdot 4 + 14.08 = 11.36$$

תשובה: 11.36 קמ"ש

סעיף ו

ישר הרגרסיה עובר דרך נקודת הממוצעים $(\bar{x}, \bar{y})$, שנמצאת „במרכז" הנקודות. לכן הישר עובר בין הנקודות – חלקן מעליו וחלקן מתחתיו.

בדיאגרמה III הישר עובר מעל כל הנקודות ובדיאגרמה I מתחת לכל הנקודות – הם אינם ישר הרגרסיה. נשארת דיאגרמה II.

תשובה: דיאגרמה II.

בגרות קיץ תשפ"ה (2025) – מועד א' • שאלה 2

2. מתווך דירות רצה לבדוק את הקשר הליניארי בין שטח הדירות שנמכרו בחודש האחרון בשכונה מסוימת (המשתנה x) לבין המחיר שבו הן נמכרו (המשתנה y). בטבלה שלפניכם מופיעים הנתונים של 5 דירות שבדק המתווך.

שטח הדירה (מ"ר) – המשתנה x	מחיר הדירה (במיליוני שקלים) – המשתנה y
80	1
88	1.8
96	2.7
110	3.4
116	4.6

א. **(1)** מצאו את הממוצע של שטח הדירות.

(2) מצאו את סטיית התקן של שטח הדירות.

המתווך חישב את הממוצע ואת סטיית התקן של המשתנה y, ומצא כי $\bar{y}=2.7$, $S_y=1.249$.

ב. מצאו את מקדם המתאם r בין שני המשתנים.

ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x.

ד. על פי ישר הרגרסיה, מהו הניבוי למחיר של דירה שהשטח שלה הוא 100 מ"ר?

עקב עליית המחירים במשק, גדל המחיר של כל דירה ב־ 0.2 מיליון שקל.

ה. קבעו בעבור כל אחד מן המדדים (1)–(2) שלפניכם, אם הערך שלו גדל, קטן או לא השתנה. נמקו את קביעותיכם.

(1) סטיית התקן של המשתנה y.

(2) מקדם המתאם r.

פתרון מלא

סעיף א (1)

$$\bar{x}=\frac{80+88+96+110+116}{5}=\frac{490}{5}=98$$

תשובה: $\bar{x}=98$ **מ"ר**

סעיף א (2)

נחשב את הסטיות מהממוצע $\bar{x}=98$ ואת ריבועיהן:

x	80	88	96	110	116
$x-\bar{x}$	-18	-10	-2	12	18
$(x-\bar{x})^2$	324	100	4	144	324

$$S_x^2=\frac{324+100+4+144+324}{5}=\frac{896}{5}=179.2$$

$$S_x=\sqrt{179.2}\approx 13.387$$

תשובה: $S_x \approx 13.387$ **מ"ר**

סעיף ב

נחשב את הסטיות של y מהממוצע $\bar{y} = 2.7$ ואת מכפלות הסטיות:

$x - \bar{x}$	-18	-10	-2	12	18
$y - \bar{y}$	-1.7	-0.9	0	0.7	1.9
$(x-\bar{x})(y-\bar{y})$	30.6	9	0	8.4	34.2

$$\sum (x-\bar{x})(y-\bar{y}) = 30.6 + 9 + 0 + 8.4 + 34.2 = 82.2$$

$$r = \frac{\sum (x-\bar{x})(y-\bar{y})}{n \cdot S_x \cdot S_y} = \frac{82.2}{5 \cdot 13.387 \cdot 1.249} \approx 0.983$$

תשובה: $r \approx 0.983$

סעיף ג

משוואת ישר הרגרסיה:

$$y - \bar{y} = r \cdot \frac{S_y}{S_x}(x - \bar{x})$$

השיפוע:

$$r \cdot \frac{S_y}{S_x} = 0.983 \cdot \frac{1.249}{13.387} \approx 0.092$$

נציב את נקודת הממוצעים $(98,\ 2.7)$:

$$y - 2.7 = 0.092(x - 98)$$

$$y = 0.092x - 9.016 + 2.7$$

$$y = 0.092x - 6.316$$

שימו לב: עיגלנו את השיפוע ל־0.092 כמו במפתח של משרד החינוך. בלי עיגול השיפוע הוא כ־0.0917 והמשוואה $y \approx 0.0917x - 6.29$; שתי התשובות נכונות.

תשובה: $y = 0.092x - 6.316$

סעיף ד

נציב $x = 100$ במשוואת ישר הרגרסיה:

$$y = 0.092 \cdot 100 - 6.316 = 9.2 - 6.316 = 2.884$$

תשובה: כ־2.884 מיליון שקל.

סעיף ה (1)

המחיר של **כל** דירה גדל באותו מספר (0.2 מיליון). הוספת אותו קבוע לכל הערכים מגדילה את הממוצע $\bar{y}$ ב־0.2, וגם כל ערך גדל ב־0.2, ולכן הסטיות מהממוצע $y - \bar{y}$ לא משתנות.

לכן סטיית התקן S_y **לא השתנתה**.

תשובה: סטיית התקן של y לא השתנתה.

סעיף ה (2)

הסטיות $x - \bar{x}$ ו־$y - \bar{y}$ לא השתנו, וגם S_x ו־S_y לא השתנו (סעיף ה (1)). לכן גם מקדם המתאם $r = \frac{\sum (x-\bar{x})(y-\bar{y})}{n \cdot S_x \cdot S_y}$ **לא השתנה**.

(כל הנקודות בדיאגרמת הפיזור זזו 0.2 יחידות למעלה, והצורה שלהן – ולכן גם עוצמת הקשר הליניארי – נשארה אותו דבר.)

תשובה: מקדם המתאם לא השתנה.

בגרות חורף תשפ"ה (2025) • שאלה 2

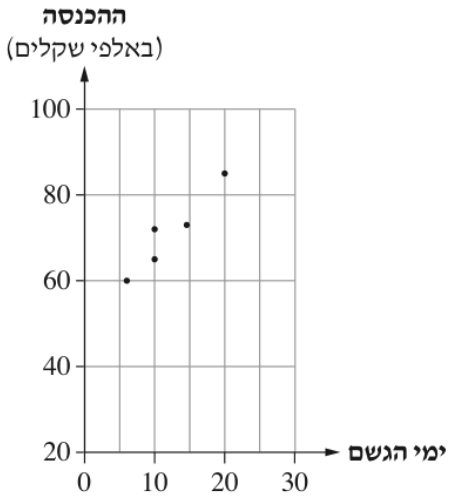
2. בבית מרקחת א' בעיר מסוימת בדקה המנהלת במשך 5 חודשים את הקשר בין מספר ימי הגשם בחודש (המשתנה x) ובין ההכנסה החודשית של בית המרקחת (המשתנה y) באותו החודש.

בטבלה שלפניכם מוצגים הנתונים שאספה המנהלת.

החודש	ימי הגשם (המשתנה x)	ההכנסה (באלפי שקלים) (המשתנה y)
נובמבר	6	60
דצמבר	10	72
ינואר	20	85
פברואר	14	73
מרץ	10	65

א. מצאו את ממוצע ימי הגשם בחודש ואת סטיית התקן.

לפניכם דיאגרמת פיזור המתארת את y כתלות ב־ x .



ממוצע ההכנסות החודשי (באלפי שקלים) של בית מרקחת א' הוא 71 , וסטיית התקן היא 8.46 .

אחד מן המספרים: 0.959 , 1 , -0.959 הוא מקדם המתאם r .

ב. קבעו איזה מהם הוא מקדם המתאם r , ונמקו את קביעתכם.

ג. **(1)** מצאו את שיפוע ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x .

(2) מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x .

ד. על פי ישר הרגרסיה, מהו ניבוי ההכנסה בחודש שבו מספר ימי הגשם יהיה 15 ?

גם בבית מרקחת ב' באותה העיר בדקה המנהלת במשך אותם 5 חודשים את הקשר בין מספר ימי הגשם בחודש ובין ההכנסה החודשית של בית המרקחת.

המנהלת מצאה שבכל חודש הייתה ההכנסה של בית מרקחת ב' קטנה ב־ 20 אלף שקלים מן ההכנסה של בית מרקחת א'.

ה. כתבו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי ההכנסה החודשית (באלפי שקלים) של בית מרקחת ב' על פי מספר ימי הגשם בחודש.

פתרון מלא

סעיף א

$$\bar{x} = \frac{6 + 10 + 20 + 14 + 10}{5} = \frac{60}{5} = 12$$

x	6	10	20	14	10
$x - \bar{x}$	-6	-2	8	2	-2
$(x - \bar{x})^2$	36	4	64	4	4

$$S_x^2 = \frac{36 + 4 + 64 + 4 + 4}{5} = \frac{112}{5} = 22.4$$
$$S_x = \sqrt{22.4} \approx 4.733$$

תשובה: $\bar{x} = 12$ **ימים,** $S_x \approx 4.733$ **ימים.**

סעיף ב

בדיאגרמת הפיזור, ככל שמספר ימי הגשם גדל, ההכנסה בדרך כלל גדלה – הקשר **חיובי**, ולכן $r \neq -0.959$.

הנקודות אינן נמצאות כולן על ישר אחד (למשל בעבור $x = 10$ יש שתי הכנסות שונות: 72 ו־65), ולכן $r \neq 1$.

מכאן $r = 0.959$.

תשובה: $r = 0.959$

סעיף ג (1)

שיפוע ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x:

$$r \cdot \frac{S_y}{S_x} = 0.959 \cdot \frac{8.46}{4.733} \approx 1.714$$

תשובה: השיפוע הוא כ־1.714

סעיף ג (2)

$$y - \bar{y} = r \cdot \frac{S_y}{S_x}(x - \bar{x})$$
$$y - 71 = 1.714(x - 12)$$
$$y = 1.714x - 20.568 + 71$$
$$y = 1.714x + 50.432$$

תשובה: $y = 1.714x + 50.432$

סעיף ד

נציב $x = 15$ במשוואת ישר הרגרסיה:

$$y = 1.714 \cdot 15 + 50.432 = 25.71 + 50.432 = 76.142$$

תשובה: כ־76.142 אלף שקלים.

סעיף ה

בכל חודש ההכנסה של בית מרקחת ב' קטנה ב־20 אלף שקלים, ומספר ימי הגשם זהה. לכן:

- $\bar{x}$ ו־S_x לא משתנים.
- $\bar{y}$ קטן ב־20: $\bar{y} = 71 - 20 = 51$.

• S_y ו־r לא משתנים (הורדת אותו קבוע מכל הערכים לא משנה את הפיזור), ולכן גם השיפוע 1.714 לא משתנה.

$$y - 51 = 1.714(x - 12)$$

$$y = 1.714x + 30.432$$

(כל ישר הרגרסיה פשוט יורד ב־20: $30.432 - 20 = 50.432$.)

תשובה: $y = 1.714x + 30.432$

בגרות קיץ תשפ"ד (2024) – מועד ב' • שאלה 2

2. לפניכם שלוש טבלאות שבהן מוצגים ערכים של שני משתנים, שנמדדו בתצפיות שונות: משתנה x ומשתנה y.

טבלה 1

x	y
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10

טבלה 2

x	y
4	9
5	11
6	19
7	22
8	17

טבלה 3

x	y
16	35
17	34
18	33
19	32
20	31

נסמן את מקדם המתאם בין x ל־y ב־r.

א. התאימו כל אחד מן ההיגדים I–III שלפניכם לטבלאות 1–3:

I. $0 < r < 1$

II. $r = 1$

III. $r = -1$

הנתונים בטבלה 2 מתייחסים לקבוצה של 5 ספורטאים.

בטבלה מתואר הקשר בין מספר הפעמים בשבוע שכל אחד מן הספורטאים מתאמן (המשתנה x) ובין מספר השעות בשבוע שהוא מתאמן (המשתנה y).

נתון כי משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x היא $y = 2.7x + b$, כאשר b הוא פרמטר.

ב. מצאו כמה פעמים בשבוע בממוצע מתאמן ספורטאי בקבוצה זו, וכמה שעות בשבוע בממוצע הוא מתאמן.

ג. מצאו את ערך הפרמטר b.

נתון כי היחס בין סטיות התקן של הנתונים בטבלה 2 הוא $\frac{s_y}{s_x} = 3.45$.

ד. חשבו את הערך של r.

פתרון מלא

סעיף א

טבלה 1: בכל שורה $y = 2x$ – כל הנקודות נמצאות על ישר אחד עם שיפוע חיובי. לכן $r = 1$ (היגד II).

טבלה 3: בכל שורה $y = 51 - x$ – כל הנקודות על ישר אחד עם שיפוע שלילי. לכן $r = -1$ (היגד III).

טבלה 2: ככל ש־x גדל, y בדרך כלל גדל (קשר חיובי), אבל לא תמיד (מ־$x = 7$ ל־$x = 8$, y יורד מ־22 ל־17), ולכן הנקודות אינן על ישר אחד: $0 < r < 1$ (היגד I).

תשובה: I – טבלה 2, II – טבלה 1, III – טבלה 3

סעיף ב

$$\bar{x} = \frac{4+5+6+7+8}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

$$\bar{y} = \frac{9+11+19+22+17}{5} = \frac{78}{5} = 15.6$$

תשובה: בממוצע 6 פעמים בשבוע, 15.6 שעות בשבוע.

סעיף ג

ישר הרגרסיה עובר תמיד דרך נקודת הממוצעים $(\bar{x},\bar{y}) = (6,\ 15.6)$. נציב ב־$y = 2.7x + b$:

$$15.6 = 2.7 \cdot 6 + b \ \Rightarrow\ 15.6 = 16.2 + b \ \Rightarrow\ b = -0.6$$

תשובה: $b = -0.6$

סעיף ד

שיפוע ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x הוא $r \cdot \frac{S_y}{S_x}$, והשיפוע הנתון הוא 2.7:

$$r \cdot \frac{S_y}{S_x} = 2.7 \ \Rightarrow\ r \cdot 3.45 = 2.7 \ \Rightarrow\ r = \frac{2.7}{3.45} \approx 0.783$$

(הערך חיובי וקטן מ־1 – מתאים להיגד I מסעיף א.)

תשובה: $r \approx 0.783$

בגרות קיץ תשפ"ד (2024) – מועד א' • שאלה 2

2. סטטיסטיקאית ערכה מחקר בקרב זוגות.

היא החליטה לבדוק את הקשר בין מספר הילדים שיש לזוג (המשתנה x) ובין ההוצאה החודשית על דלק של הזוג (המשתנה y).

לצורך כך היא דגמה 4 זוגות ממאגר הנתונים שלה:

- זוג ללא ילדים שההוצאה החודשית שלו על דלק היא 1,500 שקלים.
- זוג שיש לו ילד אחד, וההוצאה החודשית שלו על דלק היא 1,800 שקלים.
- זוג שיש לו שלושה ילדים, וההוצאה החודשית שלו על דלק היא 2,900 שקלים.
- זוג שיש לו ארבעה ילדים, וההוצאה החודשית שלו על דלק היא 3,800 שקלים.

א. סרטטו את דיאגרמת הפיזור המתאימה לארבעת הזוגות שבמדגם. רשמו את ערכי הנקודות על הצירים.

הסטטיסטיקאית חישבה את סטיית התקן של המשתנה y וקיבלה כי $S_y = \sqrt{835{,}000}$.

ב. **(1)** מצאו את הממוצע של מספר הילדים שיש לזוג במדגם ואת ההוצאה החודשית הממוצעת על דלק של זוג במדגם.

(2) חשבו את מקדם המתאם בין שני המשתנים.

ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי ההוצאה החודשית על דלק לפי מספר הילדים.

בעקבות עליית מחירי הדלק, עלתה ב־ 6% ההוצאה החודשית של כל אחד מן הזוגות על דלק.

ד. בעבור כל אחד מן המדדים שלפניכם קבעו אם ערכו גדל, קטן או לא השתנה.

(1) סטיית התקן של המשתנה y.

(2) מקדם המתאם r.

פתרון מלא

סעיף א

כל זוג הוא נקודה (x, y): $(0,\ 1500)$, $(1,\ 1800)$, $(3,\ 2900)$, $(4,\ 3800)$.

דיאגרמת פיזור של ארבעת הזוגות

תשובה: ראו דיאגרמה בפתרון המלא.

סעיף ב (1)

$$\bar{x} = \frac{0+1+3+4}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

$$\bar{y} = \frac{1500+1800+2900+3800}{4} = \frac{10000}{4} = 2500$$

תשובה: $\bar{x} = 2$ **ילדים,** $\bar{y} = 2{,}500$ **שקלים**

סעיף ב (2)

$x - \bar{x}$	-2	-1	1	2
$y - \bar{y}$	-1000	-700	400	1300
$(x-\bar{x})(y-\bar{y})$	2000	700	400	2600
$(x-\bar{x})^2$	4	1	1	4

$$S_x = \sqrt{\frac{4+1+1+4}{4}} = \sqrt{2.5} \approx 1.581 \qquad S_y = \sqrt{835{,}000} \approx 913.78$$

$$\sum (x-\bar{x})(y-\bar{y}) = 2000 + 700 + 400 + 2600 = 5700$$

$$r = \frac{\sum (x-\bar{x})(y-\bar{y})}{n \cdot S_x \cdot S_y} = \frac{5700}{4 \cdot \sqrt{2.5} \cdot \sqrt{835{,}000}} \approx 0.986$$

תשובה: $r \approx 0.986$

סעיף ג

שיפוע ישר הרגרסיה:

$$r \cdot \frac{S_y}{S_x} = \frac{5700}{4 \cdot \sqrt{2.5} \cdot \sqrt{835{,}000}} \cdot \frac{\sqrt{835{,}000}}{\sqrt{2.5}} = \frac{5700}{4 \cdot 2.5} = 570$$

$$y - 2500 = 570(x - 2)$$

$$y = 570x - 1140 + 2500 = 570x + 1360$$

תשובה: $y = 570x + 1360$

סעיף ד (1)

כל הוצאה גדלה ב־6%, כלומר הוכפלה ב־1.06. כאשר כל הערכים מוכפלים בקבוע חיובי, גם הסטיות מהממוצע מוכפלות בו, ולכן סטיית התקן מוכפלת בו:

$$S_{y,\text{new}} = 1.06 \cdot S_y$$

סטיית התקן **גדלה**.

תשובה: גדלה (פי 1.06).

סעיף ד (2)

הכפלת כל ערכי y ב־1.06 מכפילה ב־1.06 גם את המונה $\sum (x-\bar{x})(y-\bar{y})$ וגם את S_y במכנה, ולכן r **לא משתנה**. (הנקודות בדיאגרמה רק „נמתחות" כלפי מעלה, וחוזק הקשר הליניארי נשאר זהה.)

תשובה: לא השתנה.

בגרות חורף תשפ״ד (2024) • שאלה 2

2. דן ערך מחקר. הוא בדק את הקשר בין אחוז הגידול השנתי של האוכלוסייה ב־ 12 מדינות (משתנה x) ובין אחוז הילדים בני 0–14 באותן המדינות (משתנה y).

דן רצה למצוא ישר רגרסיה לניבוי y לפי x. הוא חישב את הממוצע ואת סטיית התקן של אחוז הגידול השנתי של האוכלוסיות, וכן את מְקַדם המִתאם בין שני המשתנים, וקיבל את התוצאות האלה:

$\bar{x} = 0.465$, $s_x = 0.683$, $r = 0.871$.

דן מצא כי משוואת ישר הרגרסיה היא: $y = 11.3x + 16.3$.

א. **(1)** מצאו את הממוצע של אחוז הילדים באותן המדינות (הממוצע של המשתנה y).

(2) מצאו את סטיית התקן של אחוז הילדים באותן המדינות.

במדינה מסוימת נתון כי גודל האוכלוסייה נשאר קבוע (אין גידול שנתי באוכלוסייה שלה).

ב. על פי ישר הרגרסיה, מהו אחוז הילדים במדינה זו?

נתונה מדינה נוספת, שאחוז הגידול השנתי של האוכלוסייה שלה הוא 2.

ג. האם אפשר להסיק כי אחוז הילדים במדינה זו הוא בדיוק 38.9 ? נמקו את תשובתכם.

פתרון מלא

סעיף א (1)

ישר הרגרסיה עובר תמיד דרך נקודת הממוצעים $(\bar{x}, \bar{y})$. לכן נציב $x = \bar{x} = 0.465$ במשוואת הישר:

$$\bar{y} = 11.3 \cdot 0.465 + 16.3 = 5.2545 + 16.3 = 21.5545 \approx 21.55$$

תשובה: $\bar{y} \approx 21.55$ **(אחוז).**

סעיף א (2)

השיפוע של ישר הרגרסיה לניבוי y לפי x הוא $r \cdot \frac{S_y}{S_x}$ (מנוסחת הישר $y - \bar{y} = r \cdot \frac{S_y}{S_x}(x - \bar{x})$). השיפוע הנתון הוא 11.3:

$$r \cdot \frac{S_y}{S_x} = 11.3 \;\Rightarrow\; 0.871 \cdot \frac{S_y}{0.683} = 11.3$$

$$S_y = \frac{11.3 \cdot 0.683}{0.871} = \frac{7.7179}{0.871} \approx 8.86$$

תשובה: $S_y \approx 8.86$

סעיף ב

אין גידול באוכלוסייה, כלומר אחוז הגידול השנתי הוא $x = 0$. נציב בישר הרגרסיה:

$$y = 11.3 \cdot 0 + 16.3 = 16.3$$

תשובה: 16.3% ילדים (לפי הניבוי).

סעיף ג

אם נציב $x = 2$ בישר הרגרסיה נקבל $y = 11.3 \cdot 2 + 16.3 = 38.9$.

אבל זהו רק **ניבוי** (הערכה). מקדם המתאם הוא $r = 0.871$, כלומר הקשר חזק אך אינו מלא ($r \neq 1$) – הנקודות אינן נמצאות כולן על ישר הרגרסיה. לכן אי אפשר להסיק שאחוז הילדים הוא **בדיוק** 38.9; אפשר רק להעריך שהוא בסביבות 38.9.

תשובה: לא – זו הערכה בלבד, כי $r \neq 1$ (הקשר אינו מלא).

בגרות קיץ תשפ"ג (2023) – מועד ב' • שאלה 2

2. בעל חנות המוכר טאבלטים בדק את הקשר הלינארי בין גודל המסך של טאבלט באינצ'ים (המשתנה x) ובין מספר הדקות שנדרשו ללקוח להחליט לקנות את הטאבלט (המשתנה y).

ביום מסוים הוא מכר 8 דגמים שונים של טאבלטים.

לפניכם טבלה המתארת את הנתונים של שמונת הדגמים שהוא מכר באותו יום:

גודל המסך באינצ'ים (x)	**מספר הדקות לקבלת ההחלטה לקנות את הטאבלט** (y)
9	2
9	10
9	10
9	10
11	10
11	10
11	10
11	18

א. חשבו את הממוצעים ואת סטיות התקן של שני המשתנים, x ו־ y .

ב. חשבו את מקדם המתאם r .

ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי מספר הדקות לקבלת החלטה כתלות בגודל המסך.

בעל החנות הזמין לחנותו דגם חדש של טאבלט, שגודל המסך שלו 10 אינצ'ים.

ד. על פי ישר הרגרסיה שמצאתם, מהו ניבוי מספר הדקות לקבלת ההחלטה בעבור דגם זה?

בעקבות העסקתו של מוכר חדש בחנות, התקצר ב־ 20% זמן קבלת ההחלטה לקנות כל אחד מדגמי הטאבלטים.

ה. בעבור כל אחד מן המדדים שלפניכם קבעו אם ערכו יגדל, יקטן או לא ישתנה בעקבות השינוי הזה.

(1) מקדם המתאם r .

(2) סטיית התקן של המשתנה y .

(3) שיפוע ישר הרגרסיה לניבוי מספר הדקות לקבלת ההחלטה כתלות בגודל המסך.

פתרון מלא

סעיף א

המשתנה x: ארבעה ערכים 9 וארבעה ערכים 11.

$$\bar{x} = \frac{4 \cdot 9 + 4 \cdot 11}{8} = \frac{80}{8} = 10$$

כל ערך רחוק מהממוצע ב־1 בדיוק, ולכן $(x - \bar{x})^2 = 1$ לכל אחד מ־8 הדגמים:

$$S_x^2 = \frac{8 \cdot 1}{8} = 1 \;\Rightarrow\; S_x = 1$$

המשתנה y: הערכים 2, שישה ערכים 10, ו־18.

$$\bar{y} = \frac{2 + 6 \cdot 10 + 18}{8} = \frac{80}{8} = 10$$

y	2	10 (6 פעמים)	18
$(y-\bar{y})^2$	64	0	64

$$S_y^2 = \frac{64 + 0 + 64}{8} = \frac{128}{8} = 16 \;\Rightarrow\; S_y = 4$$

תשובה: $\bar{x} = 10,\ S_x = 1,\ \bar{y} = 10,\ S_y = 4$

סעיף ב

נחשב את המכפלות $(x-\bar{x})(y-\bar{y})$:

x	y	$x-\bar{x}$	$y-\bar{y}$	**מכפלה**
9	2	-1	-8	8
9	10	-1	0	0
9 (פעמיים נוספות)	10	-1	0	0
11 (שלוש פעמים)	10	1	0	0
11	18	1	8	8

$$\sum (x-\bar{x})(y-\bar{y}) = 8 + 8 = 16$$

$$r = \frac{\sum (x-\bar{x})(y-\bar{y})}{n \cdot S_x \cdot S_y} = \frac{16}{8 \cdot 1 \cdot 4} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$$

תשובה: $r = \frac{1}{2} = 0.5$

סעיף ג

ישר הרגרסיה לניבוי y לפי x:

$$y - \bar{y} = r \cdot \frac{S_y}{S_x}(x - \bar{x})$$

$$y - 10 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{1}(x - 10) = 2(x - 10)$$

$$y = 2x - 10$$

תשובה: $y = 2x - 10$

סעיף ד

נציב $x = 10$ בישר הרגרסיה:

$$y = 2 \cdot 10 - 10 = 10$$

(זה צפוי: $x = 10$ הוא הממוצע $\bar{x}$, וישר הרגרסיה עובר דרך $(\bar{x}, \bar{y}) = (10, 10)$.)

תשובה: 10 דקות.

סעיף ה (1)

קיצור הזמן ב־20% פירושו שכל ערך של y מוכפל ב־0.8. הכפלת כל ערכי משתנה במספר חיובי אינה משנה את עוצמת הקשר הלינארי ואת כיוונו – הנקודות רק „מתכווצות" בכיוון האנכי, והן עדיין מסודרות באותו אופן ביחס לקו ישר.

(בחישוב: גם $y - \bar{y}$ וגם S_y מוכפלים ב־0.8, ובנוסחה של r המספר 0.8 מצטמצם.)

תשובה: לא ישתנה.

סעיף ה (2)

כשכל הערכים מוכפלים ב־0.8, כל הסטיות מהממוצע מוכפלות ב־0.8, ולכן גם סטיית התקן מוכפלת ב־0.8:

$$S_{y,new} = 0.8 \cdot 4 = 3.2 < 4$$

תשובה: תקטן (מ־4 ל־3.2).

סעיף ה (3)

השיפוע הוא $r \cdot \frac{S_y}{S_x}$. לפי סעיפים ה (1) ו־ה (2): r לא משתנה, S_x לא משתנה, ו־S_y קטנה. לכן השיפוע קטן:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3.2}{1} = 1.6 < 2$$

תשובה: יקטן (מ־2 ל־1.6).

בגרות קיץ תשפ"ג (2023) – מועד א' • שאלה 2

2. חוקרים בדקו את הקשר בין משקל של עכבר (Y בגרמים) ובין משקל מנת המזון היומית שלו (X בגרמים).

הם בדקו עשרה עכברים. משקלי העכברים ומשקל מנת המזון היומית של כל אחד מהם מוצגים בטבלה שלפניכם.

משקל מנת המזון היומית (X בגרמים)	1	2	3	3	3	4	4	4	5	5
משקל העכבר (Y בגרמים)	12	13	14	15	16	20	22	24	28	30

נתון כי המשקל הממוצע של מנת המזון היומית הוא 3.4 גרמים.

א. הראו כי סטיית התקן של משקל מנת המזון היומית היא 1.2 גרמים.

נתון כי המשקל הממוצע של עשרת העכברים הוא 19.4 גרמים, וסטיית התקן של משקלם היא 6.086 גרמים.

ב. לפניכם 4 מספרים שונים: 0 , -0.123 , 0.923 , 1 . אחד מן המספרים הוא מקדם המתאם r בין משקל העכבר ובין משקל מנת המזון היומית שלו.

בחרו איזה מהם הוא מקדם המתאם, ונמקו את בחירתכם (אין צורך לחשב).

ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי משקל העכברים מתוך משקל מנת המזון היומית שלהם.

לאחר זמן מה התגלה כי המאזניים שבהם נשקלו העכברים לא היו מכוילים ויש להפחית 2 גרמים ממשקלו של כל עכבר (המאזניים שבהם נשקלה מנת המזון היומית היו מכוילים).

ד. מה תהיה משוואת ישר הרגרסיה החדש לאחר הכנסת התיקון במשקלי העכברים?

ה. על פי ישר הרגרסיה שמצאתם בסעיף ד, מהו הניבוי למשקל עכבר שמשקל מנת המזון היומית שלו הוא 3.5 גרם?

פתרון מלא

סעיף א

נחשב את ריבועי הסטיות מהממוצע $\bar{x} = 3.4$ (עם השכיחויות מהטבלה):

x	1	2	3	4	5
שכיחות	1	1	3	3	2
$(x-\bar{x})^2$	5.76	1.96	0.16	0.36	2.56

$$S_x^2 = \frac{5.76 \cdot 1 + 1.96 \cdot 1 + 0.16 \cdot 3 + 0.36 \cdot 3 + 2.56 \cdot 2}{10} = \frac{14.4}{10} = 1.44$$

$$S_x = \sqrt{1.44} = 1.2$$

תשובה: $S_x = 1.2$ **גרם.**

סעיף ב

בטבלה רואים שככל שמשקל מנת המזון גדל, משקל העכבר בדרך כלל גדל – קשר **חיובי** וחזק. לכן נפסלים 0 (אין קשר) ו־-0.123 (קשר שלילי וחלש).

הקשר אינו מלא: הנקודות אינן על קו ישר אחד – למשל בעבור $x = 3$ יש שלושה משקלים שונים (14, 15, 16). לכן $r \neq 1$.

נשאר $r = 0.923$ – קשר חיובי חזק אך לא מלא.

תשובה: $r = 0.923$

סעיף ג

שיפוע ישר הרגרסיה:

$$r \cdot \frac{S_y}{S_x} = 0.923 \cdot \frac{6.086}{1.2} \approx 4.681$$

הישר עובר דרך נקודת הממוצעים $(3.4,\ 19.4)$:

$$y - \bar{y} = r \cdot \frac{S_y}{S_x}(x - \bar{x}) \ \Rightarrow \ y - 19.4 = 4.681(x - 3.4)$$

$$y - 19.4 = 4.681x - 15.915 \ \Rightarrow \ y = 4.681x + 3.485$$

תשובה: $y = 4.681x + 3.485$

סעיף ד

מפחיתים 2 גרם מכל משקל עכבר (מכל ערך של y):

• הממוצע קטן ב־2: $\bar{y} = 19.4 - 2 = 17.4$.

• סטיית התקן S_y לא משתנה, וגם r לא משתנה (כל הנקודות זזות 2 יחידות למטה, המרחקים ביניהן לא משתנים). לכן השיפוע נשאר 4.681.

$$y - 17.4 = 4.681(x - 3.4) \ \Rightarrow \ y = 4.681x + 1.485$$

(כל ישר הרגרסיה פשוט ירד ב־2: $3.485 - 2 = 1.485$.)

תשובה: $y = 4.681x + 1.485$

סעיף ה

הערך $x = 3.5$ נמצא בתחום הנתונים (בין 1 ל־5), ולכן אפשר להשתמש בישר לניבוי. נציב בישר מסעיף ד:

$$y = 4.681 \cdot 3.5 + 1.485 \approx 16.384 + 1.485 \approx 17.87$$

תשובה: כ־17.87 גרם.

בגרות קיץ תשפ"ב (2022) – מועד ב' • שאלה 2

2. ב**יישוב א'** בדקו כמה מכוניות יש לכל משפחה.

התברר שביישוב **א'** יש משפחות שאין ברשותן מכוניות כלל ומשפחות שיש ברשותן מכונית אחת, 2 מכוניות או 3 מכוניות בלבד.

הטבלה שלפניכם מתארת את התפלגות מספר המכוניות למשפחה ביישוב **א'**.

מספר המכוניות למשפחה	0	1	2	3
מספר המשפחות	30	y	x	6

ידוע כי ביישוב **א'** יש בממוצע מכונית אחת למשפחה.

א. מצאו את x (מספר המשפחות ביישוב **א'** שיש ברשותן 2 מכוניות).

נתון כי סטיית התקן של מספר המכוניות למשפחה ביישוב **א'** היא $\frac{6}{7}$.

ב. **(1)** מצאו כמה משפחות יש ביישוב **א'**.

(2) מצאו את השכיח ואת החציון של מספר המכוניות למשפחה ביישוב **א'**.

גם ב**יישוב ב'** יש משפחות שאין ברשותן מכוניות כלל ומשפחות שיש ברשותן מכונית אחת, 2 מכוניות או 3 מכוניות בלבד.

מספר המשפחות ביישוב **ב'** שווה למספר המשפחות ביישוב **א'**.

החציון של מספר המכוניות למשפחה ביישוב **ב'** הוא 0.5.

ג. לכמה משפחות ביישוב **ב'** אין מכוניות כלל?

פתרון מלא

סעיף א

מספר המשפחות: $30+y+x+6=36+x+y$. סכום המכוניות: $0\cdot 30+1\cdot y+2x+3\cdot 6=y+2x+18$. הממוצע הוא 1:

$$\frac{y+2x+18}{36+x+y}=1 \;\Rightarrow\; y+2x+18=36+x+y \;\Rightarrow\; x=18$$

תשובה: $x=18$

סעיף ב (1)

נסמן ב־N את מספר המשפחות. נחשב את השונות לפי הממוצע $\bar{x}=1$:

$$S^2=\frac{30\cdot(0-1)^2+y\cdot(1-1)^2+18\cdot(2-1)^2+6\cdot(3-1)^2}{N}=$$
$$\frac{30+0+18+24}{N}=\frac{72}{N}$$

נתון $S=\frac{6}{7}$, כלומר $S^2=\frac{36}{49}$:

$$\frac{72}{N}=\frac{36}{49} \;\Rightarrow\; N=\frac{72\cdot 49}{36}=98$$

תשובה: 98 משפחות.

סעיף ב (2)

$y = 98 - 30 - 18 - 6 = 44$. הטבלה המלאה:

מכוניות	0	1	2	3
משפחות	30	44	18	6

שכיח: הערך עם השכיחות הגבוהה ביותר (44) – מכונית אחת.

חציון: 98 משפחות, ולכן החציון הוא ממוצע הערכים במקומות 49 ו־50. המקומות 1–30 הם 0, והמקומות 31–74 הם 1, לכן שני הערכים הם 1.

תשובה: השכיח: 1. החציון: 1.

סעיף ג

גם ביישוב ב׳ יש 98 משפחות, ולכן החציון הוא ממוצע הערכים במקומות 49 ו־50 (בסידור מהקטן לגדול):

$$\frac{a_{49} + a_{50}}{2} = 0.5$$

הערכים הם מספרים שלמים 0–3, ולכן בהכרח $a_{49} = 0$ ו־$a_{50} = 1$. כלומר בדיוק 49 משפחות הן בלי מכונית.

תשובה: 49 משפחות.

הפתרונות נכתבו בעזרת בינה מלאכותית ונבדקו, אך ייתכנו טעויות – ללא אחריות. מומלץ להשוות לפתרון הרשמי.