סדרות – כל השאלות עם תשובות סופיות

הכנה לבגרות במתמטיקה – 4 יחידות, כיתה י״א (שאלון 471) • 5 שאלות

בגרות חורף תשפ״ג (2023) • שאלה 1

1. יוסי רץ במסלול מסוים. בדקה הראשונה הוא רץ 75 מטרים.

בכל דקה, החל מן הדקה השנייה, הוא רץ מרחק הגדול פי 1.02 מן המרחק שרץ בדקה שקדמה לה.

בתשובותיכם על הסעיפים שלפניכם דייקו שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

א. **(1)** מהו המרחק שרץ יוסי במשך הדקה הרביעית?

(2) מהו המרחק הכולל שרץ יוסי במשך ארבע הדקות הראשונות של הריצה?

ב. כתבו נוסחה לחישוב המרחק הכולל שרץ יוסי במשך n הדקות הראשונות של הריצה.

ג. יוסי רוצה לרוץ $2,500$ מטרים סך הכול, אך לרשותו עומדות 25 דקות בלבד לעשות זאת.

הסבירו מדוע לא יצליח יוסי לעבור $2,500$ מטרים ב־ 25 דקות.

ד. דני רץ באותו המסלול. בדקה הראשונה הוא רץ מרחק מסוים.

גם הוא רץ בכל דקה, החל מן הדקה השנייה, מרחק הגדול פי 1.02 מן המרחק שרץ בדקה שקדמה לה.

חשבו מהו המרחק הקצר ביותר שעליו לרוץ בדקה הראשונה כדי לעבור מרחק של $2,500$ מטרים ב־ 25 דקות.

תשובות סופיות

סעיף א (1)
79.59 מטרים.

סעיף א (2)
309.12 מטרים.

סעיף ב
$S_n = 3750(1.02^n - 1)$ מטרים.

סעיף ג
ב־25 דקות הוא רץ רק כ־2,402.27 מ׳ < 2,500 מ׳.

סעיף ד
כ־78.05 מטרים.

בגרות קיץ תשפ״ב (2022) – מועד ב׳ • שאלה 1

1. נועם התאמן לקראת תחרות שחייה.

בכל אימון, החל מן האימון השני, שחה נועם 50 מטר יותר מבאימון שקדם לו.

ידוע כי המרחק ששחה נועם באימון השמיני גדול פי 2 מן המרחק ששחה באימון הראשון.

א. מצאו כמה מטרים שחה נועם באימון הראשון.

ב. **(1)** האם ייתכן שבאחד האימונים שחה נועם 830 מטר בדיוק? נמקו.

(2) מצאו באיזה אימון שחה נועם $1,000$ מטר בדיוק.

אחרי האימון שבו שחה נועם $1,000$ מטר בפעם הראשונה, החליט נועם לשנות את שיטת האימון שלו ולשחות בכל אחד מן האימונים שבאו אחריו $1,000$ מטר בדיוק.

ידוע כי עד לתחרות שחה נועם בכל האימונים $25,450$ מטר סך הכול.

ג. כמה אימונים סך הכול התאמן נועם לקראת התחרות?

תשובות סופיות

סעיף א
350 מטר.

סעיף ב (1)
לא ייתכן – מתקבל $n = 10.6$, שאינו מספר טבעי.

סעיף ב (2)
באימון ה־14.

סעיף ג
30 אימונים.

בגרות קיץ תשפ"ב (2022) – מועד א' • שאלה 1

1. נתונה סדרה המוגדרת לכל n טבעי על ידי כלל הנסיגה:

$$\begin{cases} a_1 = 84 \\ a_{n+1} = a_n - 2 \end{cases}$$

א. **(1)** האם הסדרה הנתונה חשבונית או הנדסית? נמקו את תשובתכם.

(2) כִּתבו את נוסחת האיבר הכללי של הסדרה.

ב. **(1)** כמה איברים חיוביים יש בסדרה?

(2) כִּתבו את ערכו של האיבר השלילי הראשון בסדרה.

ג. נתון כי סכום האיברים השליליים בסדרה שווה ל־ -552 .

כמה איברים סך הכול יש בסדרה הנתונה?

תשובות סופיות

סעיף א (1)
חשבונית, עם הפרש $d = -2$.

סעיף א (2)
$a_n = 86 - 2n$

סעיף ב (1)
42 איברים חיוביים.

סעיף ב (2)
$a_{44} = -2$

סעיף ג
66 איברים.

בגרות חורף נבצרים תשפ״ב (2022) • שאלה 3

3. עדי מתאמנת לקראת מרוץ של 42 ק״מ.

לפי תוכנית האימונים, בשבוע הראשון תרוץ עדי 6 ק״מ, בכל שבוע תרוץ 1.5 ק״מ יותר מאשר בשבוע שקדם לו, ובשבוע האחרון תרוץ 42 ק״מ.

א. כמה שבועות תימשך תוכנית האימונים של עדי?

ב. כמה קילומטרים תרוץ עדי בשבוע ה- 20 לאימונים?

לאחר שעדי רצה 20 שבועות התברר לה כי המרוץ המתוכנן הוקדם בשבועיים, ולכן שינתה את תוכנית האימונים: אחרי השבוע ה- 20 היא תרוץ בכל שבוע 2 ק״מ יותר מאשר בשבוע שקדם לו.

ג. האם לפי התוכנית לאחר השינוי עדי תרוץ 42 ק״מ בשבוע האחרון? נמק.

ד. כמה קילומטרים סך הכול תרוץ עדי במהלך כל האימונים?

תשובות סופיות

סעיף א
25 שבועות

סעיף ב
34.5 ק״מ

סעיף ג
לא – בשבוע האחרון (ה־23) היא רצה 40.5 ק״מ.

סעיף ד
520.5 ק״מ

בגרות חורף תשפ״ב (2022) • שאלה 1

1. יוסי רוצה לקנות אופנוע. מחיר האופנוע הוא 43,650 שקלים.

הוא מתלבט בין שתי הצעות שהוצעו לו לשלם בעבור האופנוע בתשלומים.

הצעה ראשונה: התשלומים שונים זה מזה.

כל תשלום (מלבד התשלום הראשון) גבוה מן התשלום הקודם לו במספר שקלים קבוע.

על פי ההצעה הזאת:

ההפרש בין התשלום השישי ובין התשלום השני הוא 200 שקלים.

התשלום התשיעי גבוה פי 1.2 מן התשלום הראשון.

א. מצא את התשלום הראשון.

ב. מצא את מספר התשלומים שישלם יוסי בעבור האופנוע לפי ההצעה הראשונה.

הצעה שנייה: התשלומים שווים זה לזה.

מספר התשלומים שיהיה על יוסי לשלם בעבור האופנוע זהה בשתי ההצעות (מספר התשלומים שמצאת בסעיף **ב**).

ג. מצא כמה מן התשלומים שעל יוסי לשלם לפי ההצעה הראשונה נמוכים מן התשלום הקבוע שעליו לשלם לפי ההצעה השנייה.

תשובות סופיות

סעיף א
2,000 ש״ח

סעיף ב
18 תשלומים

סעיף ג
9 תשלומים

הפתרונות נכתבו בעזרת בינה מלאכותית ונבדקו, אך ייתכנו טעויות – ללא אחריות. מומלץ להשוות לפתרון הרשמי.