התפלגות נורמלית – כל השאלות עם פתרונות מלאים

הכנה לבגרות במתמטיקה – 4 יחידות, כיתה י״א (שאלון 471) • 15 שאלות

בגרות קיץ תשפ״ו (2026) – מועד ב׳ • שאלה 1

1. במדינה מסוימת נערך מחקר ארצי בתחום הבריאות.

במחקר נבדק מספר הצעדים היומי שהולך כל אחד מן המשתתפים.

נמצא כי מספר הצעדים היומי מתפלג נורמלית, וסטיית התקן היא 800 .

נמצא כי 37.5% מן המשתתפים במחקר הולכים פחות מ־ $6,944$ צעדים ביום.

א. מצאו את ממוצע מספר הצעדים היומי של המשתתפים במחקר.

משרד הבריאות ממליץ ללכת יותר מ־ $8,400$ צעדים ביום.

ב. מצאו את אחוז המשתתפים במחקר שמקיימים את ההמלצה הזאת.

נמצא כי $14,722$ מן המשתתפים במחקר הולכים יותר מ־ $7,200$ צעדים ביום ופחות מ־ $8,400$ צעדים ביום.

ג. על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה אנשים סך הכול השתתפו במחקר?

במחקר נבדק גם מספר שעות השינה ביממה של כל אחד מן המשתתפים במחקר.

נמצא כי גם מספר שעות השינה ביממה מתפלג נורמלית.

ממוצע שעות השינה ביממה של המשתתפים במחקר הוא 7 שעות.

שרית השתתפה במחקר. מספר שעות השינה של שרית ביממה הוא 9.28 , ומספר הצעדים היומי שלה הוא $8,416$.

ציון התקן של מספר הצעדים היומי של שרית זהה לציון התקן של מספר שעות השינה שלה ביממה.

ד. מצאו את סטיית התקן של מספר שעות השינה ביממה של המשתתפים במחקר.

פתרון מלא

סעיף א

נסמן ב־X את מספר הצעדים היומי. נתון $S = 800$ ו־$P(X < 6944) = 0.375$.

בטבלת ההתפלגות הנורמלית נחפש את הערך 0.3750: הוא מתקבל בעבור $Z = -0.32$, כלומר $\Phi(-0.32) = 0.375$.

ציון התקן של 6,944 הוא -0.32 (שלילי, כי פחות מחצי מהמשתתפים הולכים פחות מזה):

$$Z = \frac{X - \bar{x}}{S} \;\Rightarrow\; -0.32 = \frac{6944 - \bar{x}}{800}$$

$$6944 - \bar{x} = -256 \;\Rightarrow\; \bar{x} = 7200$$

תשובה: הממוצע הוא 7,200 צעדים ביום.

סעיף ב

נחשב את ציון התקן של 8,400:

$$Z = \frac{8400 - 7200}{800} = \frac{1200}{800} = 1.5$$

מהטבלה: $\Phi(1.5) = 0.933$. האחוז שהולכים **יותר** מ־8,400 צעדים:

$$P(X > 8400) = 1 - \Phi(1.5) = 1 - 0.933 = 0.067$$

תשובה: 6.7% מהמשתתפים.

סעיף ג

7,200 הוא הממוצע ($Z=0$) ו־8,400 מתאים ל־$Z=1.5$ (סעיף ב).

עקומה נורמלית: השטח בין 7200 ל־8400 מסומן

$$P(7200<X<8400)=\Phi(1.5)-\Phi(0)=0.933-0.5=0.433$$

כלומר 43.3% מהמשתתפים הם 14,722 אנשים. נסמן ב־N את מספר המשתתפים:

$$0.433\cdot N=14722\ \Rightarrow\ N=\frac{14722}{0.433}=34000$$

תשובה: 34,000 משתתפים.

סעיף ד

ציון התקן של מספר הצעדים של שרית:

$$Z=\frac{8416-7200}{800}=\frac{1216}{800}=1.52$$

לפי הנתון, זה גם ציון התקן של שעות השינה שלה. נסמן ב־S את סטיית התקן של שעות השינה:

$$1.52=\frac{9.28-7}{S}\ \Rightarrow\ 1.52\cdot S=2.28\ \Rightarrow\ S=1.5$$

תשובה: סטיית התקן היא 1.5 שעות.

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד א' • שאלה 1

1. במשתלת "עץ ופרח" מגדלים צמחים מסוגים שונים.

בשנה מסוימת, אורכי הגבעולים של הצמחים במשתלה התפלגו נורמלית,

והאורך הממוצע של הגבעולים היה 64 ס"מ.

צמחים שאורך הגבעול שלהם קטן מ־ 55 ס"מ נמכרים לחנויות מקומיות.

נתון כי בשנה זו 32.6% מן הצמחים במשתלה נמכרו לחנויות מקומיות.

א. מצאו את סטיית התקן של אורכי הגבעולים בשנה זו.

צמחים שאורך הגבעול שלהם גדול מ־ 80 ס"מ נשלחים לייצוא.

בשנה זו, $9{,}540$ מן הצמחים במשתלה נשלחו לייצוא.

ב. **(1)** מצאו את אחוז הצמחים במשתלה שנשלחו לייצוא.

(2) על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה צמחים לא נשלחו לייצוא ולא נמכרו לחנויות מקומיות?

בשנה שלאחר מכן, אורכי הגבעולים של הצמחים במשתלה התפלגו נורמלית, וסטיית התקן הייתה 25 ס"מ.

גם בשנה זו צמחים שאורך הגבעול שלהם קטן מ־ 55 ס"מ נמכרו לחנויות מקומיות.

בשנה זו גידלו במשתלה $40{,}000$ צמחים סך הכול.

$4{,}000$ מן הצמחים נמכרו לחנויות מקומיות.

ג. מצאו את האורך הממוצע של גבעולי הצמחים בשנה זו.

פתרון מלא

סעיף א

נסמן ב־X את אורך הגבעול. נתון: $\bar{x}=64$, ו־$P(X<55)=0.326$.

עקומה נורמלית, השטח משמאל ל־55 מוצלל

נחפש בטבלת ההתפלגות הנורמלית את הציון התקני Z שעבורו $\Phi(Z)=0.326$. מכיוון שהשטח קטן מ־0.5, הציון שלילי. בטבלה: $\Phi(-0.45)=0.326$.

$$Z=-0.45$$

נציב בנוסחת הציון התקני:

$$Z=\frac{X-\bar{x}}{S}\ \Rightarrow\ -0.45=\frac{55-64}{S}=\frac{-9}{S}\ \Rightarrow\ S=\frac{9}{0.45}=20$$

תשובה: סטיית התקן היא 20 ס"מ.

סעיף ב (1)

הציון התקני של 80 ס"מ:

$$Z=\frac{80-64}{20}=0.8$$

מהטבלה $\Phi(0.8)=0.788$, ולכן:

$$P(X>80)=1-0.788=0.212$$

תשובה: כ־21.2% מהצמחים נשלחו לייצוא.

סעיף ב (2)

9,540 צמחים הם 21.2% מכלל הצמחים במשתלה, ולכן מספר הצמחים הכולל:

$$N = \frac{9540}{0.212} = 45{,}000$$

עקומה נורמלית, השטח בין 55 ל־80 מוצלל

צמחים שלא נשלחו לייצוא ולא נמכרו לחנויות הם צמחים שאורך הגבעול שלהם בין 55 ל־80 ס״מ:

$$P(55 \le X \le 80) = 1 - 0.326 - 0.212 = 0.462$$

$$0.462 \cdot 45{,}000 = 20{,}790$$

תשובה: 20,790 צמחים.

סעיף ג

בשנה זו $\frac{4000}{40000} = 0.1$, כלומר 10% מהצמחים נמכרו לחנויות: $P(X < 55) = 0.1$.

בטבלה: $\Phi(-1.28) = 0.1$, כלומר $Z = -1.28$.

$$-1.28 = \frac{55 - \bar{x}}{25} \;\Rightarrow\; 55 - \bar{x} = -32 \;\Rightarrow\; \bar{x} = 87$$

תשובה: האורך הממוצע הוא 87 ס״מ.

בגרות חורף תשפ"ו (2026) • שאלה 1

1. הציונים בבחינה הפסיכומטרית בשנה מסוימת התפלגו נורמלית, וממוצע הציונים היה 550.

בשנה זו ניגשה לימור לבחינה הפסיכומטרית.

הציון של לימור בבחינה היה 686, וציון התקן שלה היה 1.6.

א. מצאו את סטיית התקן של הציונים בבחינה.

ציון הסף הוא הציון הנמוך ביותר שצריך להשיג בבחינה כדי להתקבל לחוג מסוים.

בטבלה שלפניכם מוצג ציון הסף הנדרש כדי להתקבל לחוג לספרות וציון הסף הנדרש כדי להתקבל לחוג לפסיכולוגיה באוניברסיטה מסוימת.

	החוג לספרות	החוג לפסיכולוגיה
ציון הסף	584	669

גם יעל ניגשה לבחינה בשנה זו. נתון כי 57.9% מן הנבחנים קיבלו ציון נמוך מן הציון של יעל.

ב. האם יעל יכולה להתקבל לחוג לספרות? נמקו את תשובתכם.

ג. **(1)** מצאו את אחוז הנבחנים שיכולים להתקבל לחוג לפסיכולוגיה.

(2) מצאו את אחוז הנבחנים שיכולים להתקבל לחוג לספרות אך אינם יכולים להתקבל לחוג לפסיכולוגיה.

נתון כי $8,448$ נבחנים יכולים להתקבל לחוג לספרות אך אינם יכולים להתקבל לחוג לפסיכולוגיה.

ד. על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה נבחנים יכולים להתקבל לחוג לפסיכולוגיה?

פתרון מלא

סעיף א

ציון התקן של לימור הוא 1.6:

$$Z = \frac{X - \bar{x}}{S} \Rightarrow 1.6 = \frac{686 - 550}{S} = \frac{136}{S} \Rightarrow S = \frac{136}{1.6} = 85$$

תשובה: $S = 85$

סעיף ב

57.9% מהנבחנים קיבלו פחות מיעל, כלומר $\Phi(Z) = 0.579$. בטבלה: $\Phi(0.2) = 0.579$, ולכן ציון התקן של יעל הוא $Z = 0.2$:

$$X = \bar{x} + Z \cdot S = 550 + 0.2 \cdot 85 = 567$$

$567 < 584$ – הציון של יעל נמוך מציון הסף של החוג לספרות.

תשובה: לא – הציון שלה 567, נמוך מ־584.

סעיף ג (1)

ציון התקן של ציון הסף לפסיכולוגיה:

$$Z = \frac{669 - 550}{85} = \frac{119}{85} = 1.4$$

$$P(X \geq 669) = 1 - \Phi(1.4) = 1 - 0.919 = 0.081$$

תשובה: 8.1%

סעיף ג (2)

ציון התקן של ציון הסף לספרות: $Z = \frac{584-550}{85} = \frac{34}{85} = 0.4$.

יכולים להתקבל לספרות אך לא לפסיכולוגיה – ציון בין 584 ל־669:

עקומה נורמלית: השטח בין 584 ל־669 מסומן

$$P(584 \leq X < 669) = \Phi(1.4) - \Phi(0.4) = 0.919 - 0.655 = 0.264$$

תשובה: 26.4%

סעיף ד

26.4% מהנבחנים הם 8,448 נבחנים. מספר הנבחנים הכולל:

$$N = \frac{8448}{0.264} = 32000$$

מספר הנבחנים שיכולים להתקבל לפסיכולוגיה (8.1%):

$$0.081 \cdot 32000 = 2592$$

תשובה: 2,592 נבחנים.

בגרות קיץ תשפ"ה (2025) – מועד ב' • שאלה 1

1. הציונים במבחן כניסה לאוניברסיטה מתפלגים נורמלית וסטיית התקן היא 8.

93.3% מן הנבחנים קיבלו ציון נמוך מ־ 94.

א. מצאו את ממוצע הציונים במבחן.

44% מן הנבחנים, אלה שהציונים שלהם היו הגבוהים ביותר, התקבלו לאוניברסיטה.

ב. האם נבחן שהציון שלו 84 התקבל לאוניברסיטה? נמקו את תשובתכם.

חלק מן הנבחנים מוגדרים מצטיינים, והשאר אינם מוגדרים מצטיינים.

נבחנים שהציון שלהם גבוה מ־ 92 מוגדרים מצטיינים.

ג. מצאו כמה אחוזים מן הנבחנים התקבלו לאוניברסיטה, והם אינם מצטיינים.

$2{,}171$ נבחנים התקבלו לאוניברסיטה, והם אינם מצטיינים.

ד. על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה נבחנים סך הכול ניגשו למבחן הכניסה?

לנבחנים שלא התקבלו לאוניברסיטה הייתה אפשרות לגשת למבחן נוסף.

גם הציונים במבחן הנוסף מתפלגים נורמלית והממוצע שלהם הוא 80.

נדב ניגש לשני המבחנים והציון שלו בכל אחד מהם הוא 74. ציון התקן של נדב בשני המבחנים זהה.

ה. מצאו את סטיית התקן במבחן הנוסף.

פתרון מלא

סעיף א

$P(X<94)=0.933$. בטבלה: $\Phi(1.5)=0.933$, ולכן ציון התקן של 94 הוא $Z=1.5$:

$$1.5=\frac{94-\bar{x}}{8}\ \Rightarrow\ 94-\bar{x}=12\ \Rightarrow\ \bar{x}=82$$

תשובה: $\bar{x}=82$

סעיף ב

44% בעלי הציונים הגבוהים התקבלו, כלומר הציון המינימלי לקבלה c מקיים $P(X>c)=0.44$, ולכן $\Phi(Z_c)=1-0.44=0.56$. בטבלה: $\Phi(0.15)=0.56$:

$$c=\bar{x}+Z\cdot S=82+0.15\cdot 8=83.2$$

$84>83.2$, ולכן נבחן שקיבל 84 התקבל לאוניברסיטה.

(דרך נוספת: ציון התקן של 84 הוא $\frac{84-82}{8}=0.25>0.15$.)

תשובה: כן – ציון הסף לקבלה הוא 83.2.

סעיף ג

התקבלו ואינם מצטיינים – ציון בין 83.2 ל־92. ציון התקן של 92:

$$Z=\frac{92-82}{8}=1.25\qquad \Phi(1.25)=0.894$$

עקומה נורמלית: השטח בין 83.2 ל־92 מסומן

$$P(83.2 < X \leq 92) = \Phi(1.25) - \Phi(0.15) = 0.894 - 0.56 = 0.334$$

תשובה: 33.4%

סעיף ד

33.4% מהנבחנים הם 2,171 נבחנים:

$$N = \frac{2171}{0.334} = 6500$$

תשובה: 6,500 נבחנים.

סעיף ה

ציון התקן של נדב במבחן הראשון:

$$Z = \frac{74 - 82}{8} = -1$$

זה גם ציון התקן שלו במבחן הנוסף (ממוצע 80):

$$-1 = \frac{74 - 80}{S} \;\Rightarrow\; S = 6$$

תשובה: $S = 6$

בגרות קיץ תשפ"ה (2025) – מועד א' • שאלה 1

1. בבית ספר מסוים נערכה תחרות קפיצה לרוחק. התוצאות שהשיגו המשתתפים בתחרות התפלגו נורמלית.

מרחק הקפיצה הממוצע היה 4.6 מטרים.

69.2% מן המשתתפים קפצו למרחק קטן מ־ 4.8 מטרים.

א. מצאו את סטיית התקן של מרחק הקפיצה.

המשתתפים שמרחק הקפיצה שלהם היה גדול מ־ 5.24 מטרים זכו במדליה.

ב. מהו אחוז המשתתפים שזכו במדליה?

נתון כי 11 משתתפים זכו במדליה.

ג. על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה משתתפים התחרו בקפיצה לרוחק?

בבית הספר נערכה גם תחרות קפיצה לגובה. גם בתחרות זו התוצאות שהשיגו המשתתפים התפלגו נורמלית.

גובה הקפיצה הממוצע היה 1.5 מטרים, וסטיית התקן הייתה 0.2 מטר.

אלון השתתף בשתי התחרויות. התוצאה שלו בקפיצה לרוחק הייתה 5 מטרים ובקפיצה לגובה 1.75 מטרים.

ד. באיזו מן התחרויות, קפיצה לרוחק או קפיצה לגובה, הייתה התוצאה של אלון מדורגת במקום גבוה יותר בהשוואה למשתתפים האחרים? נמקו את תשובתכם.

פתרון מלא

סעיף א

נסמן ב־X את מרחק הקפיצה (במטרים). נתון $\bar{x} = 4.6$ ו־$P(X < 4.8) = 0.692$.

בטבלת ההתפלגות הנורמלית נחפש את הערך 0.692: הוא מתקבל בעבור $Z = 0.5$, כלומר $\Phi(0.5) = 0.692$.

לכן ציון התקן של 4.8 הוא 0.5:

$$Z = \frac{X - \bar{x}}{S} \;\Rightarrow\; 0.5 = \frac{4.8 - 4.6}{S}$$

$$0.5 \cdot S = 0.2 \;\Rightarrow\; S = 0.4$$

תשובה: סטיית התקן היא 0.4 מטר.

סעיף ב

נחשב את ציון התקן של 5.24:

$$Z = \frac{5.24 - 4.6}{0.4} = \frac{0.64}{0.4} = 1.6$$

עקומה נורמלית: השטח מימין ל־5.24 מסומן

מהטבלה: $\Phi(1.6) = 0.945$. האחוז שקפצו **יותר** מ־5.24 מטר:

$$P(X > 5.24) = 1 - \Phi(1.6) = 1 - 0.945 = 0.055$$

תשובה: 5.5% מהמשתתפים קיבלו מדליה.

סעיף ג

לפי סעיף ב, 5.5% מהמשתתפים קיבלו מדליה, ונתון שאלה 11 משתתפים. נסמן ב־N את מספר המשתתפים:

$$0.055 \cdot N = 11 \;\Rightarrow\; N = \frac{11}{0.055} = 200$$

תשובה: בתחרות השתתפו 200 משתתפים.

סעיף ד

כדי להשוות בין שני ענפים שונים נשווה את ציוני התקן.

קפיצה לרוחק ($\bar{x} = 4.6,\ S = 0.4$):

$$Z = \frac{5 - 4.6}{0.4} = \frac{0.4}{0.4} = 1$$

קפיצה לגובה ($\bar{x} = 1.5,\ S = 0.2$):

$$Z = \frac{1.75 - 1.5}{0.2} = \frac{0.25}{0.2} = 1.25$$

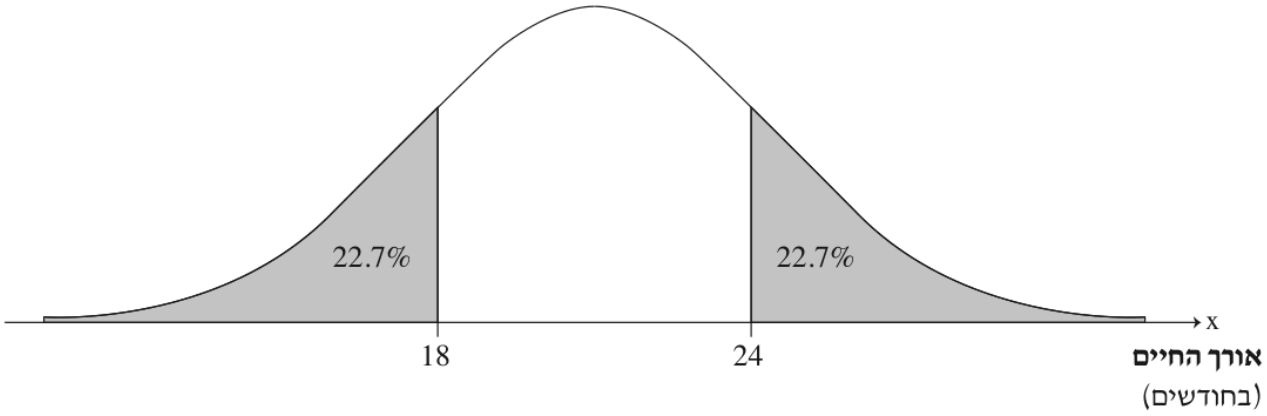
ציון התקן בקפיצה לגובה גדול יותר ($1.25 > 1$), ולכן ההישג היחסי בקפיצה לגובה טוב יותר.

תשובה: בקפיצה לגובה (ציון תקן 1.25 לעומת 1).

בגרות חורף תשפ״ה (2025) • שאלה 1

1. אורך החיים של טלפונים שמייצרים במפעל מסוים מתפלג נורמלית.

לפניכם גרף ההתפלגות הנורמלית של אורך חיי הטלפונים ועליו חלק מנתוני אורך החיים (בחודשים).



א. מצאו את ממוצע אורך החיים של הטלפונים ואת סטיית התקן.

3.5% מן הטלפונים – אלה שאורך החיים שלהם הוא הקטן ביותר – נחשבים פגומים.

ב. מהו אורך החיים הגדול ביותר של טלפון שנחשב פגום?

בחודש מסוים יִיצרו במפעל $2{,}000$ טלפונים.

ג. על פי גרף ההתפלגות הנורמלית, לכמה מן הטלפונים שיִיצרו בחודש זה יש אורך חיים גדול מ־ 26 חודשים?

מהנדסים הצליחו להגדיל פי 1.5 את אורך החיים של כל הטלפונים שהמפעל מייצר.

ד. **(1)** מהו ממוצע אורך החיים החדש של הטלפונים ומהי סטיית התקן החדשה, לאחר ההגדלה?

(2) מצאו את אחוז הטלפונים שאורך החיים שלהם קטן מ־ 18 חודשים, לאחר ההגדלה.

פתרון מלא

סעיף א

נסמן ב־X את אורך החיים (בחודשים). בגרף, השטח משמאל ל־18 שווה לשטח מימין ל־24 (22.7% בכל צד). ההתפלגות הנורמלית סימטרית סביב הממוצע, ולכן הממוצע נמצא באמצע בין 18 ל־24:

$$\bar{x} = \frac{18 + 24}{2} = 21$$

נתון $P(X < 18) = 0.227$. בטבלה: $\Phi(-0.75) = 0.227$, ולכן ציון התקן של 18 הוא -0.75:

$$-0.75 = \frac{18 - 21}{S} \;\Rightarrow\; -0.75 \cdot S = -3 \;\Rightarrow\; S = 4$$

תשובה: $\bar{x} = 21$ חודשים, $S = 4$ חודשים.

סעיף ב

נסמן ב־a את אורך החיים הגדול ביותר של טלפון פגום. 3.5% מהטלפונים נמצאים משמאל ל־a:

$$P(X < a) = 0.035$$

עקומה נורמלית: 3.5% השמאליים מסומנים

בטבלה: $\Phi(-1.81) = 0.035$, ולכן ציון התקן של a הוא -1.81:

$$-1.81 = \frac{a-21}{4} \;\Rightarrow\; a-21 = -7.24 \;\Rightarrow\; a = 13.76$$

תשובה: 13.76 חודשים.

סעיף ג

$$Z = \frac{26-21}{4} = \frac{5}{4} = 1.25$$

מהטבלה: $\Phi(1.25) = 0.894$.

$$P(X > 26) = 1 - \Phi(1.25) = 1 - 0.894 = 0.106$$

מספר הטלפונים מתוך 2,000:

$$0.106 \cdot 2000 = 212$$

תשובה: 212 טלפונים.

סעיף ד (1)

כאשר כל הערכים מוכפלים ב־1.5, גם הממוצע וגם סטיית התקן מוכפלים ב־1.5:

$$\bar{x}_{\text{new}} = 1.5 \cdot 21 = 31.5 \qquad S_{\text{new}} = 1.5 \cdot 4 = 6$$

תשובה: ממוצע 31.5 חודשים, סטיית תקן 6 חודשים.

סעיף ד (2)

לאחר ההגדלה:

$$Z = \frac{18-31.5}{6} = \frac{-13.5}{6} = -2.25$$

מהטבלה:

$$P(X < 18) = \Phi(-2.25) = 0.0122$$

תשובה: 1.22% מהטלפונים.

בגרות קיץ תשפ"ד (2024) – מועד ב' • שאלה 1

1. במשתלה מסוימת האורכים של גבעולי פרחים מתפלגים נורמלית. הממוצע של אורך גבעולי הפרחים במשתלה הוא 20 ס"מ.

במשתלה ממיינים את הפרחים לשלוש קבוצות:

קבוצה א' – פרחים שאורך הגבעול שלהם קצר מ־ 22 ס"מ.

קבוצה ב' – פרחים שאורך הגבעול שלהם בין 22 ס"מ ל־ 26 ס"מ.

קבוצה ג' – שאר הפרחים.

נתון כי שיעור הפרחים בקבוצה א' הוא 65.5% .

א. מצאו את סטיית התקן של אורך גבעולי הפרחים במשתלה.

ב. מצאו מהו אחוז הפרחים שבקבוצה ג' מתוך כל הפרחים במשתלה.

יום אחד היו במשתלה 2,000 פרחים סך הכול.

במשתלה החליטו להכין זרים מכל הפרחים שבקבוצה ב' כך שבכל זר יהיו 10 פרחים.

ג. על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה זרים הכינו במשתלה ביום זה?

במשתלה אחרת, שגם בה האורכים של גבעולי הפרחים מתפלגים נורמלית, אחוז הפרחים שאורך הגבעול שלהם ארוך מ־ 24 ס"מ שווה לאחוז הפרחים שבקבוצה ב'.

נתון כי סטיית התקן של אורך גבעולי הפרחים בשתי המשתלות זהה.

ד. מצאו את הממוצע של אורך גבעולי הפרחים במשתלה האחרת.

פתרון מלא

סעיף א

נסמן ב־X את אורך הגבעול (בס"מ). נתון $\bar{x} = 20$ ו־$P(X < 22) = 0.655$ (קבוצה א').

בטבלה: $\Phi(0.4) = 0.655$, ולכן ציון התקן של 22 הוא 0.4:

$$0.4 = \frac{22 - 20}{S} \;\Rightarrow\; 0.4 \cdot S = 2 \;\Rightarrow\; S = 5$$

תשובה: $S = 5$ ס"מ

סעיף ב

קבוצה ג' – הפרחים שאורך הגבעול שלהם גדול מ־26 ס"מ:

$$Z = \frac{26 - 20}{5} = 1.2$$

מהטבלה $\Phi(1.2) = 0.885$:

$$P(X > 26) = 1 - 0.885 = 0.115$$

תשובה: 11.5%

סעיף ג

שיעור הפרחים בקבוצה ב' (בין 22 ל־26 ס"מ):

עקומה נורמלית: השטח בין 22 ל־26 מסומן

$$P(22 < X < 26) = \Phi(1.2) - \Phi(0.4) = 0.885 - 0.655 = 0.23$$

מספר הפרחים בקבוצה ב' מתוך 2,000:

$$0.23 \cdot 2000 = 460$$

בכל זר 10 פרחים:

$$\frac{460}{10} = 46$$

תשובה: 46 זרים.

סעיף ד

נסמן ב־Y את אורך הגבעול במשתלה האחרת, וב־$\bar{y}$ את הממוצע שלה. סטיית התקן זהה: $S = 5$.

אחוז הפרחים הארוכים מ־24 ס"מ שווה לאחוז הפרחים בקבוצה ב' (סעיף ג):

$$P(Y > 24) = 0.23 \;\Rightarrow\; P(Y < 24) = 1 - 0.23 = 0.77$$

בטבלה: $\Phi(0.74) = 0.77$, ולכן:

$$0.74 = \frac{24 - \bar{y}}{5} \;\Rightarrow\; 24 - \bar{y} = 3.7 \;\Rightarrow\; \bar{y} = 20.3$$

תשובה: 20.3 ס"מ

בגרות קיץ תשפ״ד (2024) – מועד א׳ • שאלה 1

1. במפעל מסוים אורזים מלפפונים על פי אורכם. האורכים של המלפפונים מתפלגים נורמלית.

כל המלפפונים שאורכם קטן מ־ 12 ס״מ נארזים בקופסאות שימורים רגילות.

שאר המלפפונים נארזים בקופסאות שימורים גדולות.

ידוע כי האורך הממוצע של מלפפונים הוא 10.56 ס״מ, וסטיית התקן היא 3 ס״מ.

א. מצאו את אחוז המלפפונים שנארזים בקופסאות שימורים רגילות.

התברר שיש ביקוש למלפפונים קצרים במיוחד, לכן הוחלט כי המלפפונים יעברו מיון מחדש.

נמצא כי רבע מן המלפפונים שאורכם קטן מ־ 12 ס״מ נחשבים מלפפונים קצרים במיוחד.

ב. **(1)** מצאו את אחוז המלפפונים הקצרים במיוחד.

(2) מצאו את אורכו של המלפפון הארוך ביותר מבין המלפפונים הקצרים במיוחד.

לאחר זמן מה הגיע למפעל משלוח חדש של מלפפונים. גם במשלוח זה האורכים של המלפפונים מתפלגים נורמלית.

50% מן המלפפונים במשלוח זה היו קצרים מ־ 11.5 ס״מ.

12.5% מן המלפפונים במשלוח זה היו ארוכים מ־ 14.26 ס״מ.

ג. מצאו את סטיית התקן של אורכי המלפפונים במשלוח החדש.

פתרון מלא

סעיף א

נסמן ב־X את אורך המלפפון (בס"מ). $\bar{x} = 10.56$, $S = 3$.

$$Z = \frac{12 - 10.56}{3} = \frac{1.44}{3} = 0.48$$

מהטבלה:

$$P(X < 12) = \Phi(0.48) = 0.684$$

תשובה: 68.4%

סעיף ב (1)

המלפפונים הקצרים במיוחד הם רבע מהמלפפונים שאורכם קטן מ־12 ס"מ:

$$\frac{1}{4} \cdot 0.684 = 0.171$$

תשובה: 17.1%

סעיף ב (2)

נסמן ב־a את אורכו של המלפפון הארוך ביותר מבין הקצרים במיוחד. אלה הם 17.1% השמאליים בהתפלגות:

$$P(X < a) = 0.171$$

בטבלה: $\Phi(-0.95) = 0.171$, ולכן:

$$-0.95 = \frac{a - 10.56}{3} \;\Rightarrow\; a - 10.56 = -2.85 \;\Rightarrow\; a = 7.71$$

תשובה: 7.71 ס"מ

סעיף ג

50% מהמלפפונים קצרים מ־11.5 ס"מ. בהתפלגות נורמלית חצי מהערכים קטנים מהממוצע, ולכן הממוצע במשלוח החדש הוא $\bar{x} = 11.5$.

12.5% ארוכים מ־14.26 ס"מ, ולכן $P(X < 14.26) = 1 - 0.125 = 0.875$. בטבלה: $\Phi(1.15) = 0.875$:

$$1.15 = \frac{14.26 - 11.5}{S} \;\Rightarrow\; 1.15 \cdot S = 2.76 \;\Rightarrow\; S = 2.4$$

תשובה: $S = 2.4$ **ס"מ**

בגרות חורף תשפ״ד (2024) • שאלה 1

1. משקלי התינוקות שנולדים בעיר מסוימת מתפלגים נורמלית.

נתון כי המשקל הממוצע של התינוקות שנולדים בעיר זו הוא 3.4 ק״ג.

96.41% מן התינוקות בעיר זו נולדים במשקל נמוך מ־ 5.02 ק״ג.

א. מצאו את סטיית התקן של משקל התינוקות שנולדים בעיר זו.

אורי נולד בעיר זו במשקל נמוך ממשקלם של 9% מן התינוקות שנולדים בה.

ב. מצאו את המשקל שבו נולד אורי.

משקל הנמוך מ־ 1.5 ק״ג נחשב למשקל נמוך מאוד לתינוק שנולד.

ג. **(1)** מהו אחוז התינוקות שנולדים במשקל נמוך מאוד בעיר זו?

(2) בשנה מסוימת נולדו בעיר זו $20{,}000$ תינוקות. על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה מן התינוקות האלה נולדו במשקל נמוך מאוד?

שחר נולד בעיר אחרת, באותו המשקל שבו נולד אורי.

משקל התינוקות בעיר שבה נולד שחר מתפלגים נורמלית עם סטיית תקן של 0.8.

משקל הלידה של שחר ומשקל הלידה של אורי הם בעלי אותו ציון תקן.

ד. מצאו את המשקל הממוצע של התינוקות בעיר שבה נולד שחר.

פתרון מלא

סעיף א

נסמן ב־X את משקל התינוק ביום הלידה (בק״ג). נתון $\bar{x} = 3.4$ ו־$P(X < 5.02) = 0.9641$.

בטבלת ההתפלגות הנורמלית: $\Phi(1.8) = 0.9641$, ולכן ציון התקן של 5.02 הוא $Z = 1.8$.

$$Z = \frac{X - \bar{x}}{S} \;\Rightarrow\; 1.8 = \frac{5.02 - 3.4}{S} = \frac{1.62}{S}$$

$$S = \frac{1.62}{1.8} = 0.9$$

תשובה: $S = 0.9$ **ק״ג.**

סעיף ב

משקלו של אורי נמוך ממשקלם של 9% מהתינוקות, כלומר 9% מהתינוקות כבדים ממנו, ולכן $100\% - 9\% = 91\%$ מהתינוקות נולדו במשקל נמוך משלו:

$$\Phi(Z) = 0.91 \;\Rightarrow\; Z = 1.34$$

(בטבלה $\Phi(1.34) = 0.9100$.) נציב בנוסחת ציון התקן:

$$1.34 = \frac{X - 3.4}{0.9} \;\Rightarrow\; X = 3.4 + 1.34 \cdot 0.9 = 3.4 + 1.206 = 4.606$$

תשובה: 4.606 ק״ג.

סעיף ג (1)

ציון התקן של 1.5 ק״ג:

$$Z = \frac{1.5 - 3.4}{0.9} = \frac{-1.9}{0.9} \approx -2.11$$

עקומה נורמלית: השטח משמאל ל־1.5 מסומן

מהטבלה:

$$P(X < 1.5) = \Phi(-2.11) = 0.0174$$

תשובה: 1.74% מהתינוקות.

סעיף ג (2)

לפי סעיף ג (1), 0.0174 מהתינוקות נולדים במשקל נמוך מאוד:

$$20000 \cdot 0.0174 = 348$$

תשובה: 348 תינוקות.

סעיף ד

ציון התקן של משקל הלידה של אורי הוא $Z = 1.34$ (סעיף ב), ולפי הנתון זה גם ציון התקן של שחר. משקלו של שחר הוא 4.606 ק"ג, וסטיית התקן בעיר שלו $S = 0.8$. נסמן ב־$\bar{x}$ את הממוצע בעיר של שחר:

$$1.34 = \frac{4.606 - \bar{x}}{0.8} \;\Rightarrow\; 4.606 - \bar{x} = 1.072$$

$$\bar{x} = 4.606 - 1.072 = 3.534$$

תשובה: 3.534 ק"ג.

בגרות קיץ תשפ״ג (2023) – מועד ב׳ • שאלה 1

1. חברת קוסמטיקה החליטה לערוך מחקר, ובו לבדוק את קצב התארכות שְׂער הראש של אנשים בס״מ לשָׁנה. החברה בדקה מספר רב של אנשים.

היא גילתה שקצב התארכות השיער שלהם מתפלג נורמלית, והתבררו שני נתונים:

i. השיער של 50% מן הנבדקים התארך בפחות מ־ 12 ס״מ בשנה.

ii. השיער של 33% מן הנבדקים התארך ביותר מ־ 12.56 ס״מ בשנה.

א. מהו קצב ההתארכות הממוצע של השיער של הנבדקים?

ב. מהי סטיית התקן של קצב התארכות השיער של הנבדקים?

חברת הקוסמטיקה הכריזה שהיא הצליחה לפתח שמפו שמגביר ב־ 10% את קצב התארכות השיער.

ג. לפי ההכרזה, מה יהיה הממוצע החדש ומה תהיה סטיית התקן החדשה של קצב התארכות השיער בקרב אוכלוסיית האנשים שישתמשו בשמפו זה?

ד. החברה בדקה מהו אחוז הנבדקים במחקר שקצב התארכות השיער שלהם הוא בין הממוצע ובין סטיית תקן אחת מעל הממוצע.

לפי הכרזת החברה, אם ישתמשו כל הנבדקים בשמפו שהיא פיתחה, האם אחוז זה יגדל, יקטן או לא ישתנה?

נמקו את תשובתכם.

פתרון מלא

סעיף א

נסמן ב־X את קצב התארכות השיער (בס״מ לשנה). לפי נתון i, ל־50% מהנבדקים השיער התארך בפחות מ־12 ס״מ.

בהתפלגות נורמלית הממוצע מחלק את הנבדקים לשני חצאים שווים: $P(X < \bar{x}) = \Phi(0) = 0.5$. לכן הממוצע הוא 12.

תשובה: $\bar{x} = 12$ **ס״מ בשנה.**

סעיף ב

לפי נתון ii, ל־33% מהנבדקים השיער התארך ביותר מ־12.56 ס״מ, ולכן ל־$100\% - 33\% = 67\%$ – בפחות מ־12.56:

$$P(X < 12.56) = 0.67 \;\Rightarrow\; \Phi(Z) = 0.67 \;\Rightarrow\; Z = 0.44$$

(בטבלה $\Phi(0.44) = 0.6700$.) נציב בנוסחת ציון התקן:

$$0.44 = \frac{12.56 - 12}{S} = \frac{0.56}{S} \;\Rightarrow\; S = \frac{0.56}{0.44} \approx 1.27$$

שימו לב: בפתרון של „מלומד" מופיע $S = 1.3$ (עיגול). לפי טבלת הנוסחאון $\Phi(0.44) = 0.67$ בדיוק, ולכן $S = \frac{0.56}{0.44} \approx 1.27$ (ובעיגול לספרה אחת אחרי הנקודה – 1.3).

תשובה: $S \approx 1.27$ **ס״מ בשנה.**

סעיף ג

השמפו מגביר את קצב ההתארכות ב־10%, כלומר כל ערך מוכפל ב־1.1. כשמכפילים את כל הערכים במספר חיובי, גם הממוצע וגם סטיית התקן מוכפלים באותו מספר:

$$\bar{x}_{new} = 1.1 \cdot 12 = 13.2$$

$$S_{new} = 1.1 \cdot \frac{0.56}{0.44} = \frac{0.616}{0.44} = 1.4$$

שימו לב: מי שעיגל בסעיף ב ל־$S = 1.3$ יקבל $S_{new} = 1.1 \cdot 1.3 = 1.43$ (כך בפתרון של „מלומד").

תשובה: ממוצע 13.2 ס"מ, סטיית תקן 1.4 ס"מ (בערך).

סעיף ד

„בין הממוצע לבין סטיית תקן אחת מעל הממוצע" פירושו ציוני תקן בין $Z = 0$ ל־$Z = 1$, ולכן לפני השמפו האחוז הוא:

$$\Phi(1) - \Phi(0) = 0.841 - 0.5 = 0.341$$

אחרי השמפו כל ערך מוכפל ב־1.1, וגם הממוצע וסטיית התקן מוכפלים ב־1.1. לכן ציון התקן של כל נבדק לא משתנה:

$$Z_{new} = \frac{1.1X - 1.1\bar{x}}{1.1S} = \frac{X - \bar{x}}{S} = Z$$

הנבדקים שהיו בין הממוצע לסטיית תקן אחת מעליו נשארים בדיוק שם, והאחוז נשאר 34.1%.

תשובה: האחוז לא ישתנה (נשאר 34.1%), כי ציוני התקן לא משתנים.

בגרות קיץ תשפ"ג (2023) – מועד א' • שאלה 1

1. בבריכת "גלי גיל" מתאמנים לתחרות במִשְׁחָה של "100 מטר חופשי".

השיא שנקבע בעבר במשחה זה היה 51 שניות.

קבוצה גדולה של שחיינים מתאמנת לקראת התחרות במשחה זה.

זמני השחייה של השחיינים בקבוצה מתפלגים נורמלית עם ממוצע של 57 שניות וסטיית תקן של 2 שניות.

בוחרים באקראי שחיין מן הקבוצה.

א. מהי ההסתברות שהשחיין שנבחר ישבור את השיא שנקבע בעבר (כלומר, ישחה בזמן קצר יותר מזמן השיא)?

בבריכה מתאמנות שתי קבוצות:

קבוצה של 150 שחיינים שממוצע זמן המשחה שלהם הוא 57 שניות,

וקבוצה של 150 שחיינים שממוצע זמן המשחה שלהם הוא 58 שניות.

ב. מהו הממוצע של זמן המשחה של כל 300 השחיינים?

נתון כי זמני המשחה של כל 300 השחיינים מתפלגים נורמלית, וכי זמן המשחה של 50 מבין 300 השחיינים הוא פחות מ־54 שניות.

ג. מהי סטיית התקן של זמני המשחה של כל 300 השחיינים?

בוחרים באקראי שחיין מבין כל 300 השחיינים.

ד. מהי ההסתברות שהשחיין שנבחר ישבור את השיא שנקבע בעבר?

פתרון מלא

סעיף א

נסמן ב־X את זמן השחייה (בשניות). בקבוצה: $\bar{x} = 57$, $S = 2$. „לשבור את השיא" פירושו לשחות בזמן **קצר** מ־51 שניות.

$$Z = \frac{51 - 57}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$
$$P(X < 51) = \Phi(-3) = 0.0013$$

תשובה: 0.0013

סעיף ב

הממוצע המשוקלל של שתי הקבוצות:

$$\bar{x} = \frac{150 \cdot 57 + 150 \cdot 58}{300} = \frac{8550 + 8700}{300} = \frac{17250}{300} = 57.5$$

(מספר השחיינים בשתי הקבוצות שווה, ולכן הממוצע הכולל הוא פשוט $\frac{57+58}{2} = 57.5$.)

תשובה: 57.5 שניות.

סעיף ג

50 מתוך 300 השחיינים שוחים בפחות מ־54 שניות:

$$P(X < 54) = \frac{50}{300} = \frac{1}{6} \approx 0.1667$$

בטבלה הערך הקרוב ביותר ל־0.1667 הוא $\Phi(-0.97) = 0.166$, ולכן $Z = -0.97$:

$$-0.97 = \frac{54 - 57.5}{S} = \frac{-3.5}{S} \;\Rightarrow\; S = \frac{3.5}{0.97} \approx 3.61$$

שימו לב: בפתרון של יואל גבע מתקבל $Z = -0.965$ (אינטרפולציה בין ערכי הטבלה) ולכן $S \approx 3.627$.
בעבודה עם הערך הקרוב ביותר בטבלת הנוסחאון מקבלים $S \approx 3.61$; שני הערכים מתקבלים.

תשובה: $S \approx 3.61$ **שניות.**

סעיף ד

לכל 300 השחיינים: $\bar{x} = 57.5$, $S \approx 3.61$ (סעיף ג). ציון התקן של 51:

$$Z = \frac{51 - 57.5}{3.608} = \frac{-6.5}{3.608} \approx -1.80$$
$$P(X < 51) = \Phi(-1.80) = 0.0359$$

(ההסתברות גדולה יותר מבסעיף א, כי פיזור הזמנים גדול יותר.)

שימו לב: עם $S \approx 3.627$ (כמו בפתרון של יואל גבע) מתקבל $Z \approx -1.792$ והסתברות של כ־0.0367.

תשובה: ≈ 0.0359

בגרות חורף תשפ״ג (2023) • שאלה 2

2. במטע דובדבנים גדול בדקו כמה קילוגרם דובדבנים מניב כל עץ בשנה רגילה.

המשקל הממוצע של הדובדבנים שמניב עץ במטע הוא 40 ק״ג.

ההתפלגות של משקל הדובדבנים שמניב כל אחד מן העצים במטע היא נורמלית.

א. מהו החציון של משקל הדובדבנים שמניב עץ במטע?

נתון: אחוז העצים במטע שמניבים פחות מ־ 30 ק״ג דובדבנים בשנה הוא 18.1% .

ב. מהי סטיית התקן?

בתשובתכם דייקו שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

במטע יש 300 עצי דובדבן.

בעבור העצים במטע שמניבים יותר מ־ 55 ק״ג דובדבנים מתבצע סבב קטיף נוסף.

ג. בעבור כמה עצים במטע (בקירוב) מתבצע סבב קטיף נוסף?

ד. בשנה מסוימת ירד הממוצע של משקל הדובדבנים שהניבו העצים במטע ב־ 20% לעומת שנה רגילה, וסטיית התקן לא השתנתה.

כמה עצים במטע (בקירוב) הניבו יותר מ־ 55 ק״ג דובדבנים בשנה זו?

פתרון מלא

סעיף א

בהתפלגות נורמלית העקומה סימטרית סביב הממוצע, ולכן החציון שווה לממוצע: חצי מהעצים מניבים פחות מ־40 ק״ג וחצי – יותר.

תשובה: 40 ק״ג.

סעיף ב

נסמן ב־X את משקל הדובדבנים שמניב עץ. נתון $P(X<30)=0.181$.

בטבלה: $\Phi(-0.91)=0.181$, ולכן ציון התקן של 30 הוא $Z=-0.91$ (שלילי, כי 30 קטן מהממוצע):

$$-0.91=\frac{30-40}{S}=\frac{-10}{S}\ \Rightarrow\ S=\frac{10}{0.91}\approx 10.99$$

תשובה: $S\approx 10.99$ **ק״ג.**

סעיף ג

ציון התקן של 55:

$$Z=\frac{55-40}{10.99}=\frac{15}{10.99}\approx 1.36$$

$$P(X>55)=1-\Phi(1.36)=1-0.913=0.087$$

$$300\cdot 0.087=26.1\approx 26$$

שימו לב: במפתח של משרד החינוך מופיע $25.8\approx 26$ – שם $Z\approx 1.365$ ונלקח ערך ביניים בטבלה (0.914). התשובה המעוגלת זהה: כ־26 עצים.

תשובה: בערך 26 עצים.

סעיף ד

הממוצע ירד ב־20%: $\bar{x} = 40 \cdot 0.8 = 32$ ק"ג, וסטיית התקן נשארה $S \approx 10.99$.

$$Z = \frac{55 - 32}{10.99} = \frac{23}{10.99} \approx 2.09$$

$$P(X > 55) = 1 - \Phi(2.09) = 1 - 0.9817 = 0.0183$$

$$300 \cdot 0.0183 = 5.49 \approx 5$$

תשובה: בערך 5 עצים.

בגרות קיץ תשפ"ב (2022) – מועד א' • שאלה 2

2. חברה להפצת תוכן דיגיטלי בדקה כמה זמן ביום אנשים מאזינים לפודקאסטים (הֶסְכֵּתִים) באתר אינטרנט מסוים.
על פי הבדיקה, $100{,}000$ אנשים מאזינים לפודקאסטים באתר, וזמן ההאזנה שלהם ביום מתפלג נורמלית.
התברר כי זמן ההאזנה הממוצע לאדם הוא 35.65 דקות, וסטיית התקן של זמן ההאזנה היא 15 דקות.

א. מהו אחוז האנשים שמאזינים לפודקאסטים פחות מ־ 10 דקות ביום?

ב. כמה אנשים מאזינים לפודקאסטים יותר משעה אחת (60 דקות) ביום?

אחרי שינוי בתוכני הפודקאסטים באתר, החברה בדקה שוב את משך זמן ההאזנה של אותם $100{,}000$ אנשים,
ומצאה שזמן ההאזנה הממוצע ביום לאדם גדַל: הממוצע לאחר השינוי היה 42 דקות.
עם זאת, אחוז האנשים שמאזינים לפודקאסטים באתר פחות מ־ 10 דקות נשאר ללא שינוי.

ג. **(1)** חשבו את סטיית התקן של זמן ההאזנה לאחר השינוי.

(2) פי כמה גדל מספר האנשים שמאזינים לפודקאסטים יותר משעה אחת ביום – לאחר השינוי?

פתרון מלא

סעיף א

נסמן ב־X את זמן ההאזנה ביום (בדקות): $\mu = 35.65$, $\sigma = 15$. ציון התקן של 10:

$$Z = \frac{10 - 35.65}{15} = -1.71$$

עקומה נורמלית: השטח משמאל ל־10 מסומן

$$P(X < 10) = \Phi(-1.71) = 0.0436$$

תשובה: 4.36%

סעיף ב

$$Z = \frac{60 - 35.65}{15} \approx 1.62 \qquad \Phi(1.62) = 0.947$$

$$P(X > 60) = 1 - 0.947 = 0.053$$

$$0.053 \cdot 100{,}000 = 5{,}300$$

תשובה: כ־5,300 אנשים.

סעיף ג (1)

אחוז המאזינים פחות מ־10 דקות לא השתנה, ולכן גם ציון התקן של 10 לא השתנה: $Z = -1.71$. הממוצע החדש 42:

$$-1.71 = \frac{10 - 42}{\sigma} \;\Rightarrow\; \sigma = \frac{32}{1.71} \approx 18.71$$

תשובה: $\sigma \approx 18.71$ **דקות**

סעיף ג (2)

אחרי השינוי:

$$Z = \frac{60 - 42}{18.71} \approx 0.96 \qquad \Phi(0.96) = 0.832 \;\Rightarrow\; P(X > 60) = 1 - 0.832 = 0.168$$

מספר האנשים: $0.168 \cdot 100{,}000 = 16{,}800$, לעומת 5,300 לפני השינוי:

$$\frac{16{,}800}{5{,}300} \approx 3.17$$

תשובה: פי 3.17 בערך.

בגרות חורף נבצרים תשפ״ב (2022) • שאלה 2

2. בשירות הטלפוני של חברת הביטוח ״אלון״ זמן ההמתנה של אדם למענה אנושי מתפלג נורמלית.
זמן ההמתנה הממוצע של אדם למענה אנושי הוא 1.8 דקות.
ידוע כי 30.8% מהאנשים שפונים לשירות הטלפוני של החברה ממתינים למענה אנושי מעל 2 דקות.

א. מהו החציון של זמן ההמתנה?

ב. חשב את סטיית התקן של זמן ההמתנה למענה אנושי.

ג. (1) מהו אחוז האנשים שממתינים למענה אנושי פחות מדקה אחת?

(2) מהו אחוז האנשים שזמן ההמתנה שלהם למענה אנושי הוא בין הממוצע לבין סטיית תקן אחת מעל הממוצע?

בעקבות פניות של לקוחות החברה נעשו שינויים בשירות המענה האנושי, ובעקבותיהם זמן ההמתנה הממוצע למענה אנושי ירד ל- 1.2 דקות אך סטיית התקן נשארה ללא שינוי.
לאחר השינוי בשירות נבדק אחוז האנשים שזמן ההמתנה שלהם למענה אנושי הוא בין הממוצע לבין סטיית תקן אחת מעל הממוצע.

ד. האם האחוז שנבדק השתנה לעומת האחוז שהיה לפני השינוי בשירות? נמק.

פתרון מלא

סעיף א

בהתפלגות נורמלית העקומה סימטרית סביב הממוצע, ולכן החציון (והשכיח) שווים לממוצע.

תשובה: 1.8 דקות

סעיף ב

$P(X>2)=0.308$, ולכן $P(X<2)=1-0.308=0.692$. בטבלה: $\Phi(0.5)=0.692$, כלומר ציון התקן של 2 הוא $Z=0.5$:

$$0.5=\frac{2-1.8}{S}\ \Rightarrow\ 0.5S=0.2\ \Rightarrow\ S=0.4$$

תשובה: $S=0.4$ דקות

סעיף ג (1)

ציון התקן של דקה אחת:

$$Z=\frac{1-1.8}{0.4}=-2\qquad P(X<1)=\Phi(-2)=0.0227$$

תשובה: 2.27%

סעיף ג (2)

בין הממוצע ($Z=0$) לבין סטיית תקן אחת מעל הממוצע ($Z=1$, כלומר $1.8+0.4=2.2$ דקות):

עקומה נורמלית: השטח בין 1.8 ל־2.2 מסומן

$$P(1.8<X<2.2)=\Phi(1)-\Phi(0)=0.841-0.5=0.341$$

תשובה: 34.1%

סעיף ד

לא השתנה. השטח בין הממוצע לבין סטיית תקן אחת מעל הממוצע הוא תמיד השטח בין $Z=0$ ל־$Z=1$ בהתפלגות נורמלית, בלי קשר לערכי הממוצע וסטיית התקן:

$$\Phi(1) - \Phi(0) = 0.841 - 0.5 = 0.341$$

(אחרי השינוי זה הטווח בין 1.2 ל־1.6 דקות, וגם בו נמצאים 34.1% מהאנשים.)

תשובה: לא השתנה – גם אחרי השינוי 34.1%.

בגרות חורף תשפ"ב (2022) • שאלה 2

2. בבית ספר מסוים נערכו שני מבחני מתכונת במתמטיקה. הציונים בכל אחד ממבחני המתכונת מתפלגים נורמלית.

במתכונת הראשונה היה הציון הממוצע 65.05, וסטיית התקן של הציונים הייתה 15.

הציון שקיבלה שירה במתכונת הראשונה היה 70.

א. מהו אחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שקיבלה שירה במתכונת הראשונה?

הציון שקיבלה שירה במתכונת השנייה היה 78.

אחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שקיבלה שירה במתכונת השנייה זהה לאחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שלה במתכונת הראשונה.

סטיית התקן של הציונים במתכונת השנייה הייתה 10.

ב. **(1)** חשב את הציון הממוצע במתכונת השנייה.

(2) מהו החציון של הציונים במתכונת השנייה? נמק.

אריאל קיבל ציון זהה בשתי המתכונות. ידוע כי במתכונת הראשונה קיבלו 29.8% מן התלמידים ציון גבוה ממנו.

ג. **(1)** מהו הציון שקיבל אריאל בשתי המתכונות?

(2) באיזו משתי המתכונות הצליח אריאל יותר יחסית לכל התלמידים שנבחנו? נמק את תשובתך.

פתרון מלא

סעיף א

ציון התקן של שירה במתכונת הראשונה:

$$Z = \frac{X - \bar{x}}{S} = \frac{70 - 65.05}{15} = \frac{4.95}{15} = 0.33$$

$$P(X < 70) = \Phi(0.33) = 0.629$$

תשובה: 62.9%

סעיף ב (1)

אחוז התלמידים שקיבלו פחות משירה זהה בשתי המתכונות, ולכן גם ציון התקן שלה זהה: $Z = 0.33$.

$$0.33 = \frac{78 - \bar{x}}{10} \;\Rightarrow\; 3.3 = 78 - \bar{x} \;\Rightarrow\; \bar{x} = 74.7$$

תשובה: $\bar{x} = 74.7$

סעיף ב (2)

בהתפלגות נורמלית העקומה סימטרית סביב הממוצע, ולכן החציון שווה לממוצע.

תשובה: 74.7

סעיף ג (1)

29.8% קיבלו ציון גבוה מאריאל, ולכן $1 - 0.298 = 0.702$ קיבלו ציון נמוך ממנו: $\Phi(Z) = 0.702$. בטבלה: $\Phi(0.53) = 0.702$, ולכן $Z = 0.53$ (במתכונת הראשונה):

$$0.53 = \frac{X - 65.05}{15} \;\Rightarrow\; X - 65.05 = 7.95 \;\Rightarrow\; X = 73$$

תשובה: 73

סעיף ג (2)

נשווה את ציוני התקן של אריאל (הציון 73) בשתי המתכונות:

$$Z_1 = 0.53 \qquad Z_2 = \frac{73 - 74.7}{10} = -0.17$$

במתכונת הראשונה הציון שלו מעל הממוצע ($Z > 0$), ובשנייה מתחת לממוצע ($Z < 0$). ציון התקן גבוה יותר במתכונת הראשונה, ולכן שם הצליח יותר יחסית לכל הנבחנים (במתכונת הראשונה 70.2% קיבלו פחות ממנו, ובשנייה רק $\Phi(-0.17) \approx 43\%$).

תשובה: במתכונת הראשונה ($Z = 0.53$) לעומת $Z = -0.17$).

הפתרונות נכתבו בעזרת בינה מלאכותית ונבדקו, אך ייתכנו טעויות – ללא אחריות. מומלץ להשוות לפתרון הרשמי.