חקירת פונקציות ואינטגרלים – כל השאלות עם תשובות סופיות

הכנה לבגרות במתמטיקה – 4 יחידות, כיתה י״א (שאלון 471) • 36 שאלות

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 6

6. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{4x^2}{x^2-9}+a$.

a הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. הוכיחו כי הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית.

נתון כי גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה־x בנקודה שבה $x=\sqrt{3}$.

ג. מצאו את הערך של a.

הַציבו $a=2$ בפונקצייה $f(x)$ וענו על הסעיפים ד-ו.

ד. **(1)** מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

(4) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=f(x-7)$.

ו. **(1)** מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.

(2) האם הפונקצייה $g(x)$ היא זוגית? נמקו את תשובתכם.

תשובות סופיות

סעיף א

כל x פרט ל־$x=\pm 3$.

סעיף ב

$f(-x)=f(x)$ לכל x בתחום – הפונקציה זוגית.

סעיף ג

$a=2$

סעיף ד (1)

$(\sqrt{3},0)$, $(-\sqrt{3},0)$, $(0,2)$

סעיף ד (2)

$\max(0,2)$

סעיף ד (3)

עלייה: $x < -3$ וגם $-3 < x < 0$. ירידה: $0 < x < 3$ וגם $x > 3$.

סעיף ד (4)

$x = 3$, $x = -3$, $y = 6$

סעיף ה

ראו סקיצה.

סעיף ו (1)

$x = 4$, $x = 10$, $y = 6$

סעיף ו (2)

לא – תחום ההגדרה אינו סימטרי (ציר הסימטריה הוא $x = 7$).

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 7

7. נתונה הפונקצייה $f(x)=2x-4\sqrt{5x-16}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

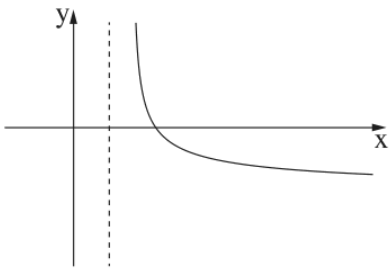
ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

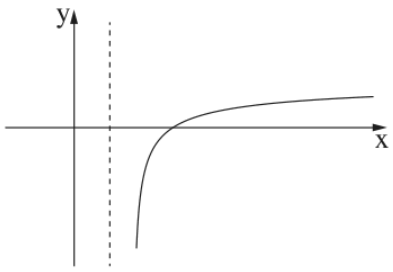
פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת בתחום $x>3.2$.

ה. **(1)** קבעו איזה מן הגרפים I–IV שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

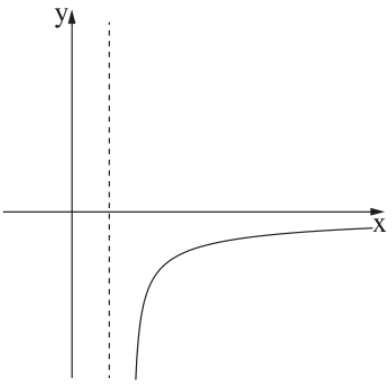
(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x=4$ ו־ $x=13$.



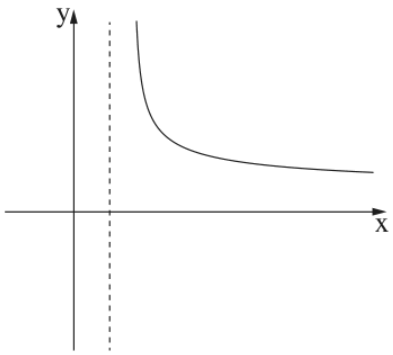
II



I



IV



III

תשובות סופיות

סעיף א

$x \geq 3.2$

סעיף ב

$(4,0)$, $(16,0)$

סעיף ג

$\min(8.2,\ -3.6)$, $\max(3.2,\ 6.4)$ (נקודת קצה).

סעיף ד

ראו סקיצה.

סעיף ה (1)

גרף I.

סעיף ה (2)

$S = 5.2$ יח"ר

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד א' • שאלה 6

6. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{72-18x}{x^2+9}-1$, המוגדרת לכל x .

א. מצאו את משוואת האסימפטוטה המקבילה לציר ה־ x של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ג. **(1)** מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

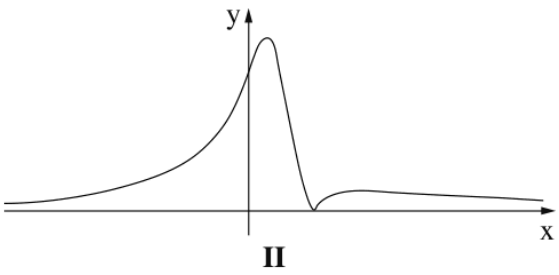
(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

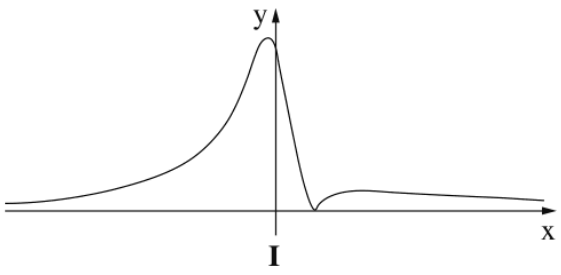
נתונה הפונקצייה $g(x)=|f(x)|$, המוגדרת לכל x .

ה. **(1)** מצאו את משוואת האסימפטוטה המקבילה לציר ה־ x של הפונקצייה $g(x)$.

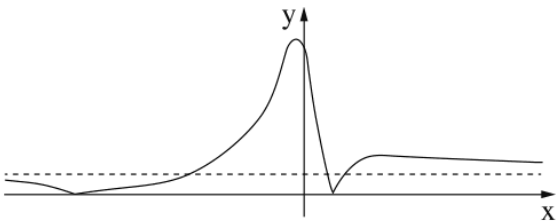
(2) קבעו איזה מן הגרפים I–IV שלפניכם מתאר את הפונקצייה $g(x)$. נמקו את קביעתכם.



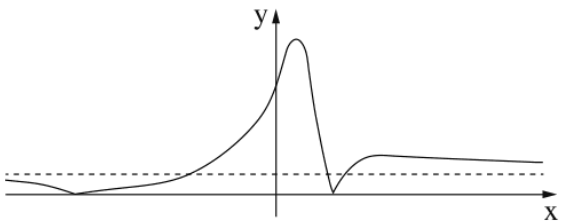
II



I



IV



III

תשובות סופיות

סעיף א

$y=-1$

סעיף ב

$(0,7)$, $(3,0)$, $(-21,0)$

סעיף ג (1)

$\max(-1,8)$, $\min(9,-2)$

סעיף ג (2)

עלייה: $x<-1$ וגם $x>9$. ירידה: $-1<x<9$.

סעיף ד

ראו סקיצה.

סעיף ה (1)

$y=1$

סעיף ה (2)
גרף IV.

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד א' • שאלה 7

7. נתונה הפונקצייה $f(x)=(a-x)\cdot\sqrt{3x-6}$.

a הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי הנקודה $(5\ ,\ 9)$ נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a=8$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג–ו.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

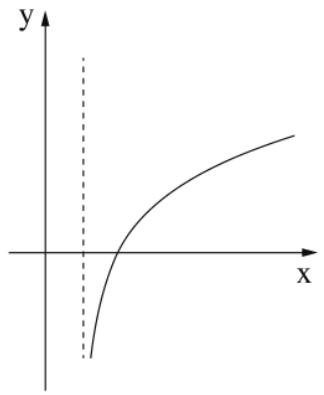
ד. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

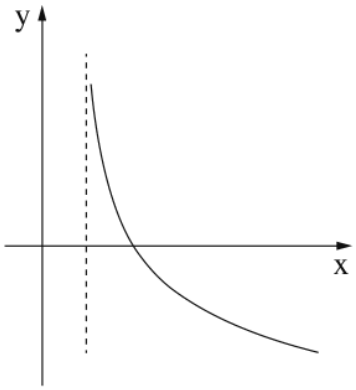
פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת בתחום $x>2$.

ו. **(1)** קבעו איזה מן הגרפים I–IV שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

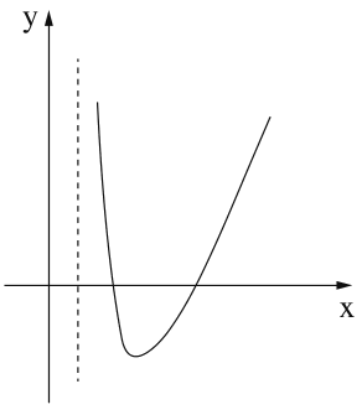
(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישר $x=20$.



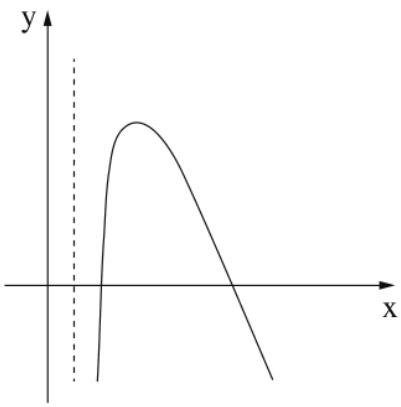
II



I



IV



III

תשובות סופיות

סעיף א

$x \geq 2$

סעיף ב

$a = 8$

סעיף ג

$(2, 0)$, $(8, 0)$

סעיף ד

$\min(2, 0)$, $\max(4,\ 4\sqrt{6})$

סעיף ה

ראו סקיצה.

סעיף ו (1)

גרף I.

סעיף ו (2)

$S = 40\sqrt{6} \approx 97.98$ יח"ר

בגרות חורף תשפ"ו (2026) • שאלה 6

6. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{a}{(x-4)^2}$, המוגדרת בתחום $x\neq 4$.

a הוא פרמטר חיובי.

נתון כי בנקודה שבה $x=6$, שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ הוא -3.

א. מצאו את הערך של a.

הציבו $a=12$, וענו על הסעיפים ב–ה.

ב. **(1)** מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

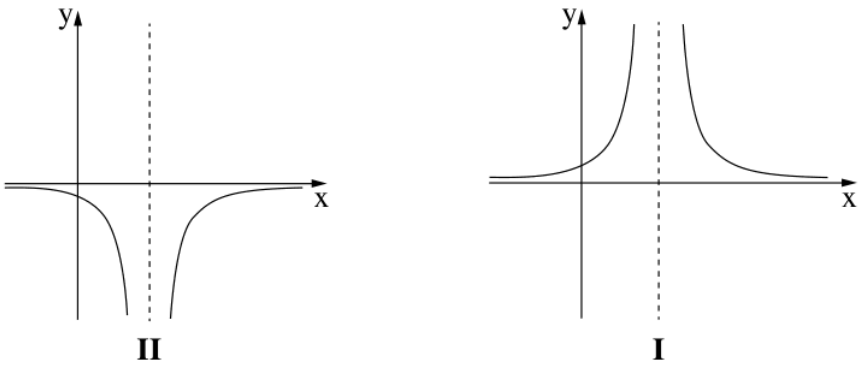
תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ד. **(1)** קבעו איזה מן הגרפים I–IV שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x=3$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי ציר ה־ y.

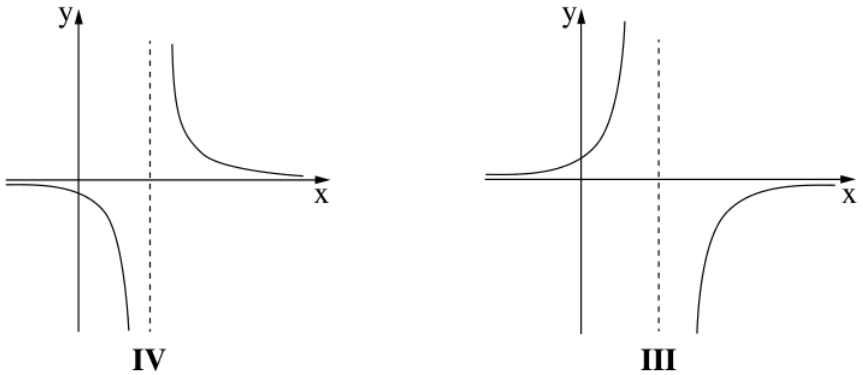
נתונה הפונקצייה $g(x)=f'(x)+2$.

ה. בכמה גדול השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי הישר $x=3$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי ציר ה־ y, מן השטח שמצאתם בסעיף ד(2)? נמקו את תשובתכם.



I

II



III

IV

תשובות סופיות

סעיף א

$a = 12$

סעיף ב (1)

$(0,\ 0.75)$; אין חיתוך עם ציר ה־x.

סעיף ב (2)

$x = 4$, $y = 0$

סעיף ב (3)

עלייה: $x < 4$. ירידה: $x > 4$.

סעיף ג

ראו סקיצה.

סעיף ד (1)

גרף III.

סעיף ד (2)

$S = 11.25$ יח״ר

סעיף ה

ב־6 יח״ר (השטח הוא 17.25).

בגרות חורף תשפ"ו (2026) • שאלה 7

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{7 - x}$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

(3) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x + a)$, a הוא פרמטר.

נתון כי לפונקצייה $g(x)$ יש נקודת מקסימום פנימית בנקודה שבה $x = 8.6$.

ג. **(1)** מצאו את הערך של a . נמקו את תשובתכם.

(2) מהו תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$?

תשובות סופיות

סעיף א (1)
$x \leq 7$

סעיף א (2)
$(0, 0)$, $(7, 0)$

סעיף א (3)
$\min(0, 0)$, $\max(5.6,\ 37.11)$, $\min(7, 0)$ (קצה).

סעיף ב
ראו סקיצה.

סעיף ג (1)
$a = -3$

סעיף ג (2)
$x \leq 10$

בגרות קיץ תשפ"ה (2025) – מועד ב' • שאלה 6

6. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{9x}{(x+3)^2}$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

(4) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

הישר $y=k$ וגרף הפונקצייה $f(x)$ נפגשים בנקודה אחת בדיוק, $k>0$.

ג. מצאו את הערך של k .

נתונה הפונקצייה $g(x)=f(x)+1$.

ד. **(1)** מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.

(2) בעבור הערך של k שמצאתם, כמה נקודות משותפות יש לישר $y=k$ ולגרף הפונקצייה $g(x)$? נמקו את תשובתכם.

תשובות סופיות

סעיף א (1)

$x \neq -3$

סעיף א (2)

$x=-3$, $y=0$

סעיף א (3)

$(0,0)$

סעיף א (4)

$\max\left(3,\ \frac{3}{4}\right)$

סעיף ב

ראו סקיצה.

סעיף ג

$k=\frac{3}{4}$

סעיף ד (1)

$x=-3$, $y=1$

סעיף ד (2)

2 נקודות משותפות.

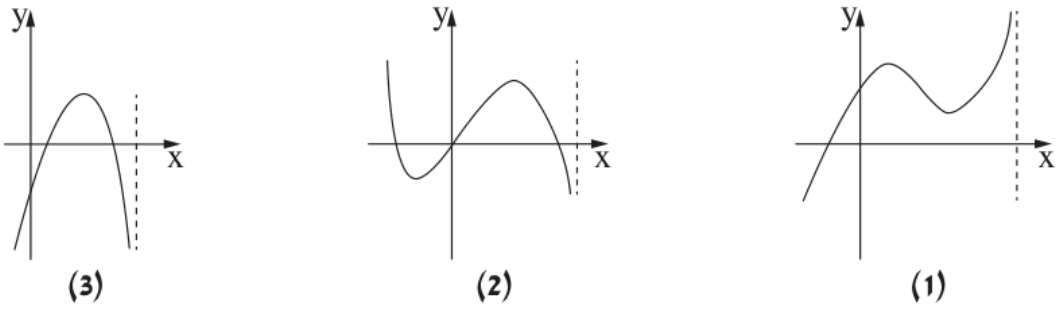
בגרות קיץ תשפ"ה (2025) – מועד ב' • שאלה 7

7. הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x \le 1.5$,

ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרת בתחום $x < 1.5$.

לפונקצייה $f(x)$ יש בדיוק שתי נקודות קיצון פנימיות.

לפניכם שלושה גרפים (1)–(3). אחד מהם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



א. קבעו איזה מן הגרפים (1)–(3) מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x) = (x^2 + 1) \cdot \sqrt{3 - 2x}$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ג. **(1)** מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ה. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה־ x .

תשובות סופיות

סעיף א
גרף (3).

סעיף ב
$(0, \sqrt{3})$, $(1.5,\ 0)$

סעיף ג (1)
$\min(0.2,\ 1.68)$, $\max(1, 2)$, $\min(1.5,\ 0)$ (קצה).

סעיף ג (2)
עלייה: $0.2 < x < 1$. ירידה: $x < 0.2$ וגם $1 < x < 1.5$.

סעיף ד
ראו סקיצה.

סעיף ה
$S \approx 0.323$ יח"ר

בגרות קיץ תשפ"ה (2025) – מועד א' • שאלה 6

6. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x^2-9}{x^2+1}+1$, המוגדרת לכל x.

א. מצאו את משוואת האסימפטוטה המקבילה לציר ה־x של הפונקציה $f(x)$.

ב. **(1)** מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

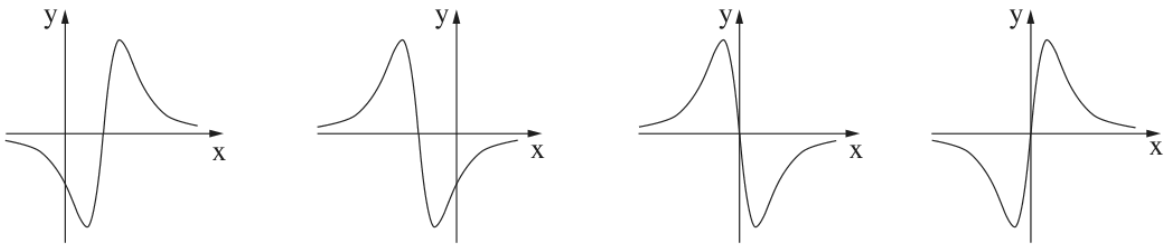
(2) רשמו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־x.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. **(1)** קבעו איזה מן הגרפים I–IV שלפניכם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה־x ועל ידי הישרים $x=2$ ו־$x=-2$.



תשובות סופיות

סעיף א

$y=2$

סעיף ב (1)

$(0,\ -8)$ – נקודת מינימום.

סעיף ב (2)

עלייה: $x>0$, ירידה: $x<0$.

סעיף ג

$(2,\ 0)$, $(-2,\ 0)$

סעיף ד

ראו סקיצה בפתרון המלא.

סעיף ה (1)

גרף I

סעיף ה (2)

$S=16$

בגרות קיץ תשפ"ה (2025) – מועד א' • שאלה 7

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = (3x - 9) \cdot \sqrt{15 - x}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

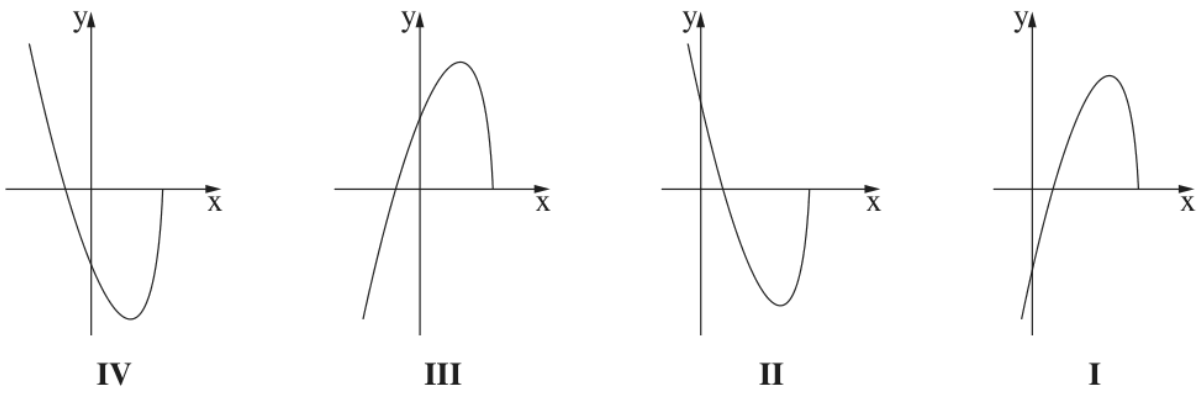
ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x + 6)$, המוגדרת בתחום $x \leq 9$.

ה. **(1)** קבעו איזה מן הגרפים I–IV שלפניכם מתאר את הפונקצייה $g(x)$. נמקו את קביעתכם.

(2) מה הם שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקצייה $g(x)$?



תשובות סופיות

סעיף א

$x \leq 15$

סעיף ב

$(15,\ 0)$,$(3,\ 0)$,$(0,\ -9\sqrt{15})$

סעיף ג

מקסימום $(11,\ 48)$, מינימום (קצה) $(15,\ 0)$

סעיף ד

ראו סקיצה בפתרון המלא.

סעיף ה (1)

גרף III

סעיף ה (2)

$(5,\ 48)$ – מקסימום

בגרות חורף תשפ"ה (2025) • שאלה 6

6. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{x^2+x+a}{x}$. $a\neq 0$ הוא פרמטר.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

נתון כי גרף הפונקצייה $f(x)$ עובר בנקודה $(2, 7.5)$.

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a=9$, וענו על סעיפים ג–ה.

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

$g(x)$ היא פונקצייה שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

נגזרת הפונקצייה $g(x)$ מקיימת $g'(x)=f(x)-11$.

ה. **(1)** סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $g'(x)$.

(2) מצאו את שיעורי ה־ x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

תשובות סופיות

סעיף א (1)

$x\neq 0$

סעיף א (2)

$x=0$ בלבד.

סעיף ב

$a=9$

סעיף ג

מקסימום $(-3,\ -5)$, מינימום $(3,\ 7)$

סעיף ד

ראו סקיצה בפתרון המלא.

סעיף ה (1)

ראו סקיצה בפתרון המלא.

סעיף ה (2)

מקסימום ב־ $x=1$, מינימום ב־ $x=9$

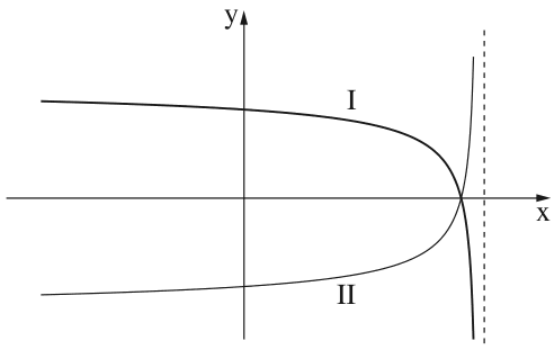
בגרות חורף תשפ"ה (2025) • שאלה 7

7. הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x \le 2$,

ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרת בתחום $x < 2$.

לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת קיצון פנימית אחת בלבד, מסוג מקסימום.

בסרטוט שלפניכם מתוארים שני גרפים, I ו־II, אחד מהם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



א. קבעו איזה מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ונמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x) = 4x + 2\sqrt{8 - 4x}$.

ב. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה־x בנקודה אחת בלבד, בחלקו השלילי.

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־x.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = -3 \cdot f'(x)$.

ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה־x ועל ידי ציר ה־y.

תשובות סופיות

סעיף א
גרף I

סעיף ב
מקסימום $(1.75,\ 9)$, מינימום (קצה) $(2,\ 8)$

סעיף ג
$(-2,\ 0)$

סעיף ד
ראו סקיצה בפתרון המלא.

סעיף ה
$S = 27 - 12\sqrt{2} \approx 10.03$

בגרות קיץ תשפ"ד (2024) – מועד ב' • שאלה 6

6. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{x+4}{5x-x^2}-b$. b הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן (הביעו באמצעות b , אם יש צורך).

נתון כי הישר $y=-1$ משיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודת המינימום שלה.

ג. מצאו את b .

הציבו $b=2$ בפונקצייה $f(x)$ וענו על סעיפים ד–ה.

ד. **(1)** מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)$, שפונקציית הנגזרת שלה מקיימת $g'(x)=f(x)+1$.

תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ה. קבעו אם לפונקצייה $g(x)$ יש נקודות קיצון. נמקו את קביעתכם.

תשובות סופיות

סעיף א

$x\neq 0, x\neq 5$

סעיף ב

מקסימום $\left(-10,\ \frac{1}{25}-b\right)$, מינימום $(2,\ 1-b)$

סעיף ג

$b=2$

סעיף ד (1)

$x=0, x=5, y=-2$

סעיף ד (2)

$\left(\frac{1}{2},\ 0\right), (4,\ 0)$

סעיף ד (3)

ראו סקיצה בפתרון המלא.

סעיף ה

לא – ל־$g(x)$ אין נקודות קיצון.

בגרות קיץ תשפ"ד (2024) – מועד ב' • שאלה 7

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{-\frac{1}{2}x + 5}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

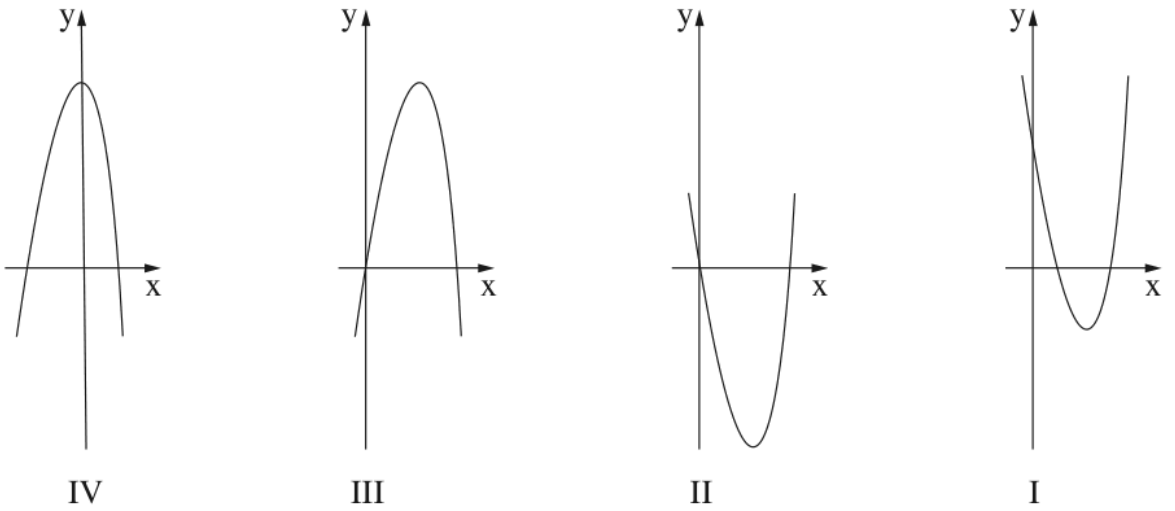
ה. אחד מן הגרפים I–IV שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי גרף הפונקצייה $a \cdot f'(x)$, שווה ל־ 160 .

a הוא פרמטר שלילי.

ו. מצאו את הערך של a .



תשובות סופיות

סעיף א

$x \leq 10$

סעיף ב

$(0,\ 0)$, $(10,\ 0)$

סעיף ג

מינימום $(0,\ 0)$, מקסימום $(8,\ 64)$, מינימום (קצה) $(10,\ 0)$

סעיף ד

ראו סקיצה בפתרון המלא.

סעיף ה

גרף III

סעיף ו

$a = -1.5$

בגרות קיץ תשפ"ד (2024) – מועד א' • שאלה 6

6. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{2x^2}{x^2-9}+4$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

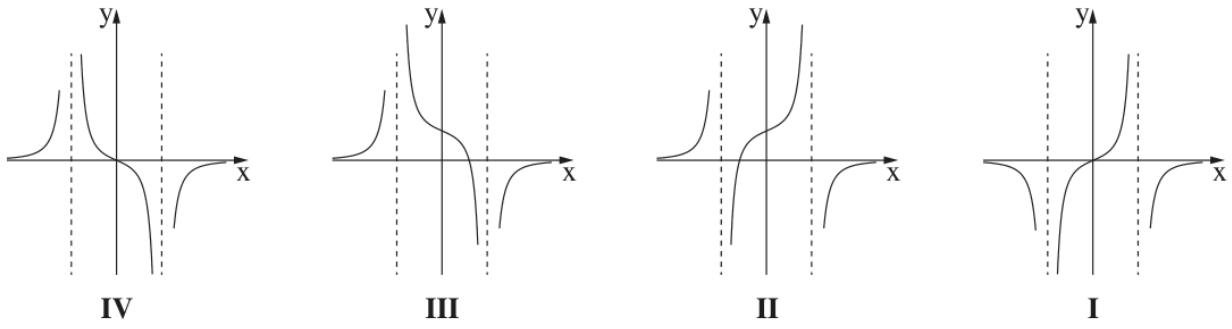
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ה. קבעו איזה מן הגרפים $I-IV$ שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את תשובתכם.

ו. קבעו בעבור כל אחד מן ההיגדים $(1)-(2)$ שלפניכם אם הוא נכון או לא נכון. נמקו את קביעותיכם.

(1) בכל נקודה בתחום $x>3$ שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ הוא חיובי.

(2) בכל נקודה בתחום $x<-3$ שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ הוא חיובי.



תשובות סופיות

סעיף א (1)

$x \neq \pm 3$

סעיף א (2)

$y=6 ,x=-3 ,x=3$

סעיף ב

מקסימום $(0,\ 4)$

סעיף ג

$(0,\ 4) ,(\sqrt{6},\ 0) ,(-\sqrt{6},\ 0)$

סעיף ד

ראו סקיצה בפתרון המלא.

סעיף ה

גרף IV

סעיף ו (1)

לא נכון – בתחום זה $f'(x)<0$.

סעיף ו (2)

נכון – בתחום זה $f'(x)>0$.

בגרות קיץ תשפ"ד (2024) – מועד א' • שאלה 7

7. נתונה הפונקצייה $f(x)=\sqrt{5-2x}+bx$, $b>0$ הוא פרמטר.

ידוע כי גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה־ x בנקודה $(-10\,,\,0)$.

א. מצאו את הערך של b .

הציבו $b=\frac{1}{2}$ בפונקצייה $f(x)$ וענו על סעיפים ב–ו.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ y .

ד. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה פונקצייה $g(x)$, המקיימת $g'(x)=-f(x)$. הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.

ו. מצאו את שיעור ה־ x של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה. נמקו את תשובתכם.

תשובות סופיות

סעיף א

$b=\frac{1}{2}$

סעיף ב

$x\leq 2.5$

סעיף ג

$(0,\ \sqrt{5})$

סעיף ד

מקסימום $(0.5,\ 2.25)$, מינימום (קצה) $(2.5,\ 1.25)$

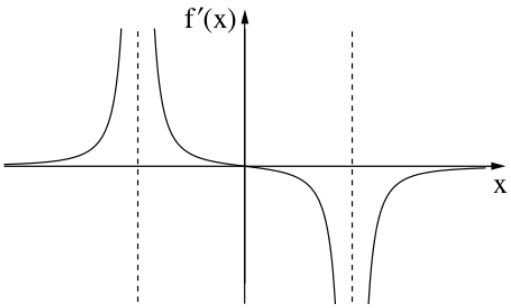
סעיף ה

ראו סקיצה בפתרון המלא.

סעיף ו

$x=-10$ – נקודת מקסימום.

בגרות חורף תשפ"ד (2024) • שאלה 6



6. הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x \neq \pm 4$.

בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, המוגדרת באותו התחום.

גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה־x רק בנקודה $(0, 0)$.

א. מצאו את שיעור ה־x של נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה היא $y = 2$.

אחד מן הביטויים I–III שלפניכם מייצג את הפונקצייה $f(x)$.

I. $\frac{x^2}{x^2+16}+1$ **II.** $\frac{x^2}{x^2-16}+2$ **III.** $\frac{x^2}{x^2-16}+1$

ג. קבעו איזה מן הביטויים I–III מייצג את הפונקצייה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.

ד. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה־x ועל ידי הישר $x = 2$.

תשובות סופיות

סעיף א

$x = 0$, נקודת מקסימום.

סעיף ב

עלייה: $x < -4$, $-4 < x < 0$; ירידה: $0 < x < 4$, $x > 4$.

סעיף ג

ביטוי III: $f(x) = \frac{x^2}{x^2-16} + 1$

סעיף ד

$(0, 1)$, $(\sqrt{8}, 0)$, $(-\sqrt{8}, 0)$

סעיף ה

ראו סקיצה.

סעיף ו

$\frac{1}{3}$ יחידות שטח.

בגרות חורף תשפ״ד (2024) • שאלה 7

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{-2x + 10}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x) - c$, c הוא פרמטר חיובי.

הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.

גרף הפונקצייה $g(x)$ משיק לישר $y = 20$.

ה. מצאו את הערך של c .

תשובות סופיות

סעיף א

$x \leq 5$

סעיף ב

$(0, 0)$, $(5, 0)$

סעיף ג

$(0, 0)$ מינימום, $(4, 16\sqrt{2})$ מקסימום, $(5, 0)$ מינימום (קצה).

סעיף ד

ראו סקיצה.

סעיף ה

$c = 16\sqrt{2} - 20 \approx 2.63$

בגרות קיץ תשפ"ג (2023) – מועד ב' • שאלה 6

6. נתונה הפונקצייה: $f(x)=\frac{9-4x^2}{1-x^2}$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

(4) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(5) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ג. נתונה הפונקצייה $g(x)$ המקיימת $g'(x)=f(x)$. לפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$ יש אותו תחום הגדרה.

מצאו את שיעורי ה־ x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגן. נמקו את תשובתכם.

תשובות סופיות

סעיף א (1)

$x\neq\pm1$

סעיף א (2)

$y=4\ ,x=-1\ ,x=1$

סעיף א (3)

$(-1.5,0)\ ,(1.5,0)\ ,(0,9)$

סעיף א (4)

$(0,9)$ נקודת מינימום.

סעיף א (5)

עלייה: $0<x<1\ ,x>1$; ירידה: $x<-1\ ,-1<x<0$.

סעיף ב

ראו סקיצה.

סעיף ג

$x=-1.5$ מקסימום, $x=1.5$ מינימום.

בגרות קיץ תשפ"ג (2023) – מועד ב' • שאלה 7

7. נתונה הפונקצייה $f(x)=(x-1)\cdot\sqrt{2x+10}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

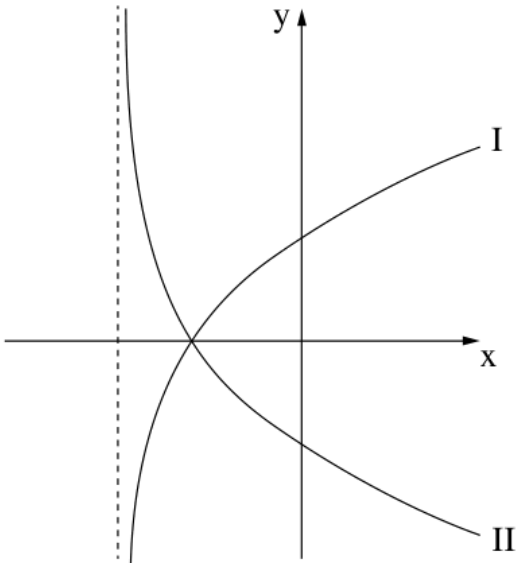
ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

בסוף השאלה מופיעים שני גרפים, I–II . אחד מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$, והגרף האחר מתאר את הפונקצייה $g(x)=-f'(x)$.

ה. קבעו איזה מן הגרפים I–II מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x=3$ ועל ידי ציר ה־ x .



תשובות סופיות

סעיף א

$x\geq -5$

סעיף ב

$(0,-\sqrt{10})$, $(1,0)$, $(-5,0)$

סעיף ג

$(-3,-8)$ מינימום, $(-5,0)$ מקסימום (קצה).

סעיף ד

ראו סקיצה.

סעיף ה

גרף I מתאר את $f'(x)$.

סעיף ו

16 יחידות שטח.

בגרות קיץ תשפ"ג (2023) – מועד א' • שאלה 6

6. נתונה הפונקצייה: $f(x)=x+\frac{4}{x^2}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$?

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

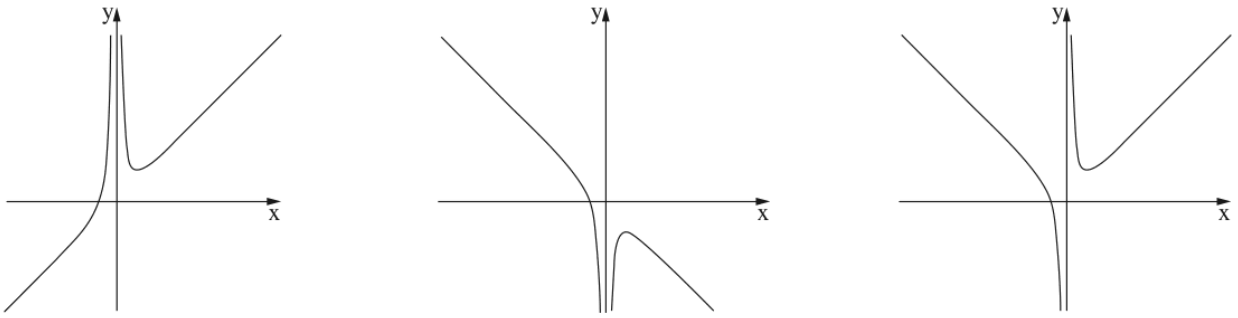
בתשובתכם דייקו 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ד. אחד מן הגרפים I-III בסוף השאלה מתאר את הפונקצייה $f(x)$.

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי הישר $x=1$, על ידי הישר $x=2$ ועל ידי ציר ה־ x .



I II III

תשובות סופיות

סעיף א

$x \neq 0$

סעיף ב

$(-1.59,\ 0)$

סעיף ג

$(2,3)$ נקודת מינימום.

סעיף ד

גרף III.

סעיף ה

3.5 יחידות שטח.

בגרות קיץ תשפ"ג (2023) – מועד א' • שאלה 7

7. נתונה הפונקצייה $f(x)=1+\frac{1}{2}x-\sqrt{2x+b}$, b הוא פרמטר.

ידוע כי גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה־ x בנקודה $(8\ ,0)$ בלבד.

א. מצאו את b .

הציבו $b=9$ וענו על הסעיפים **ב–ד**.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

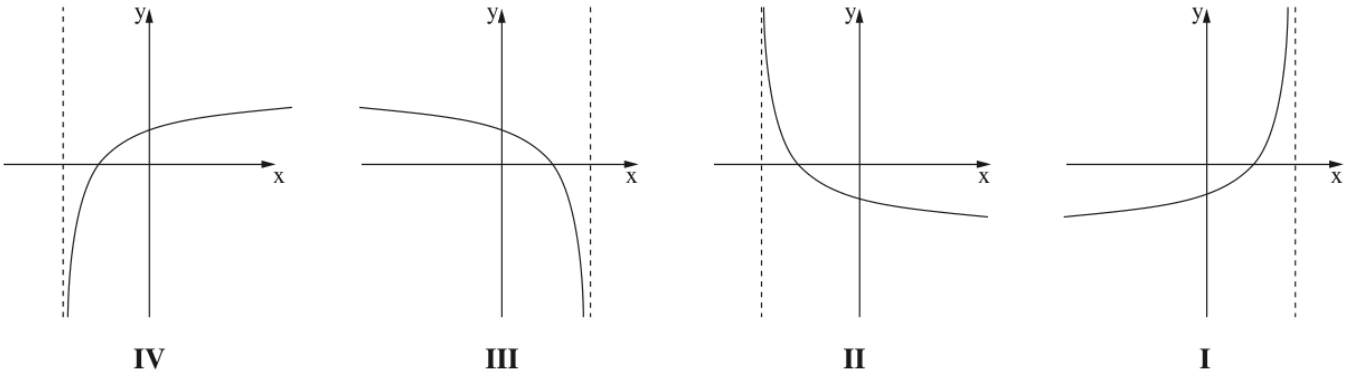
ג. **(1)** מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ y .

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ד. אחד מן הגרפים I–IV שלפניכם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.



תשובות סופיות

סעיף א

$b=9$

סעיף ב

$x\geq -4.5$

סעיף ג (1)

$(-2.5,-2.25)$ מינימום, $(-4.5,-1.25)$ מקסימום (קצה).

סעיף ג (2)

$(0,-2)$

סעיף ג (3)

ראו סקיצה.

סעיף ד

גרף IV.

בגרות חורף תשפ"ג (2023) • שאלה 6

6. נתונה הפונקצייה: $f(x)=\frac{5x}{x^2+4}+1$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

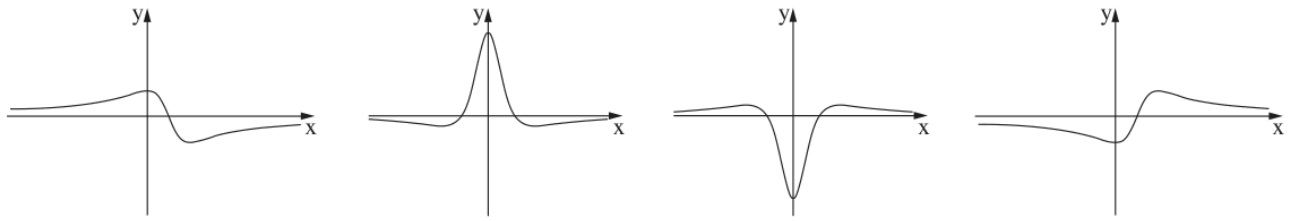
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=2\cdot f(x)$.

ה. אחד מן הגרפים IV–I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $g'(x)$.

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $g'(x)$, על ידי הישר $x=1$ ועל ידי הצירים.



I II III IV

תשובות סופיות

סעיף א (1)

כל x.

סעיף א (2)

$y=1$ (אין אסימפטוטות אנכיות).

סעיף ב

$(0,1)$, $(-1,0)$, $(-4,0)$

סעיף ג

$(-2,-0.25)$ מינימום, $(2,2.25)$ מקסימום.

סעיף ד

ראו סקיצה.

סעיף ה

גרף III.

סעיף ו

2 יחידות שטח.

בגרות חורף תשפ"ג (2023) • שאלה 7

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{4x + 20}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x) + c$. c הוא פרמטר.

נתון כי הישר $y = 12$ משיק לגרף הפונקצייה $g(x)$.

ה. מצאו את c (ציינו את שתי האפשרויות).

תשובות סופיות

סעיף א

$x \geq -5$

סעיף ב

$(0, 0)$, $(-5, 0)$

סעיף ג

$(-5, 0)$ מינימום (קצה), $(-4, 32)$ מקסימום, $(0, 0)$ מינימום.

סעיף ד

ראו סקיצה.

סעיף ה

$c = 12$ או $c = -20$

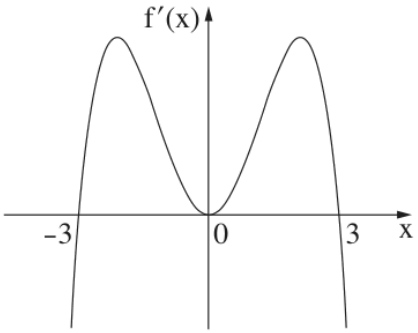
בגרות חורף תשפ"ג (2023) • שאלה 8

8. הפונקצייה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x.

לפניכם סרטוט של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

נתון: פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מתאפסת בנקודות שבהן

$x = 3$, $x = 0$, $x = -3$ בלבד, כמתואר בסרטוט.



א. **(1)** מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מה הם שיעורי ה־ x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$,

ומהו סוגן? נמקו.

ב. אחד מן הגרפים I–III שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקצייה $f(x)$.

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

ג. נתון כי גרף הפונקצייה $f(x)$ עובר דרך ראשית הצירים.

נסמן ב- S_1 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי הישר $x = -3$ ועל ידי ציר ה־ x

בתחום $-3 \le x \le 0$.

נסמן ב- S_2 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי הישר $x = 3$ ועל ידי ציר ה־ x

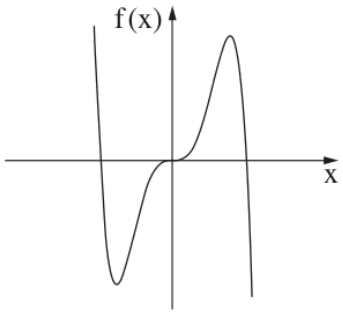
בתחום $0 \le x \le 3$.

האם מתקיים: $S_1 + S_2 = \int_{-3}^{3} f(x)\,dx$?

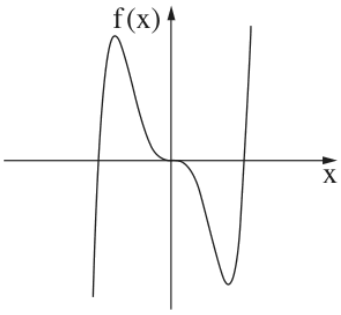
נמקו את קביעתכם.

ד. נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x-4)$.

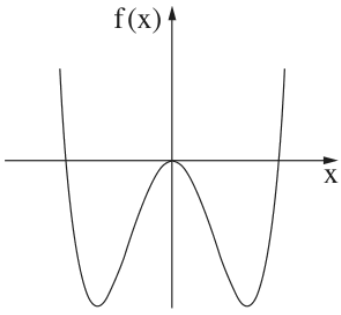
מה הם שיעורי ה־ x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, ומהו סוגן? נמקו.



III



II



I

תשובות סופיות

סעיף א (1)

עלייה: $-3 < x < 3$; ירידה: $x < -3$, $x > 3$.

סעיף א (2)

$x = -3$ מינימום, $x = 3$ מקסימום.

סעיף ב

גרף III.

סעיף ג

לא – האינטגרל שווה ל־$S_1 - S_2$, כי בתחום $-3 \leq x \leq 0$ הגרף מתחת לציר ה־x.

סעיף ד

$x = 1$ מינימום, $x = 7$ מקסימום.

בגרות קיץ תשפ"ב (2022) – מועד ב' • שאלה 6

6. נתונה הפונקצייה: $f(x)=\frac{2x-b}{x-4}+1$. b הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה־ y בנקודה $(0\ ,\ 2.5)$.

ב. מצאו את b .

הציבו את הערך של b שמצאתם בסעיף **ב** בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים **ג–ז**.

ג. מצאו את משוואות האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

ד. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

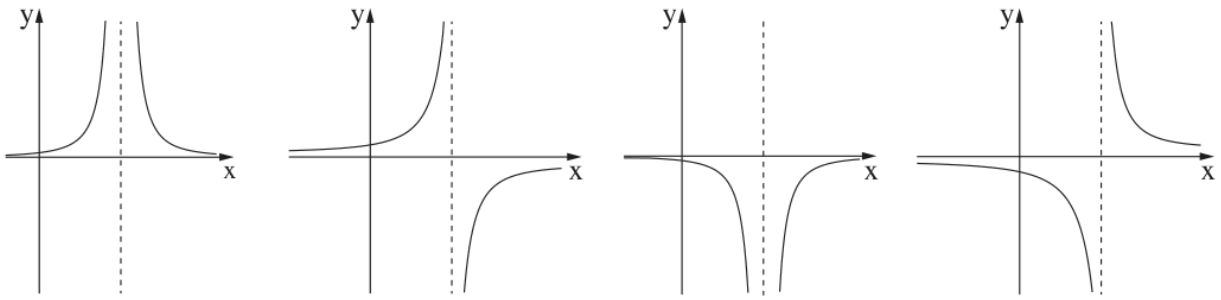
ה. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ז. **(1)** אחד מן הגרפים I–IV שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x=1$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי ציר ה־ y .



I II III IV

תשובות סופיות

סעיף א

$x \neq 4$

סעיף ב

$b=6$

סעיף ג

$x=4$, $y=3$

סעיף ד

$\left(\frac{10}{3},\ 0\right)$, $(0,\ 2.5)$

סעיף ה

יורדת ב־$x<4$ ובּ־$x>4$.

סעיף ו

ראו סקיצה.

סעיף ז (1)
גרף II.

סעיף ז (2)
$S = \frac{1}{6}$ יח"ר

בגרות קיץ תשפ"ב (2022) – מועד ב' • שאלה 7

7. נתונה הפונקצייה: $f(x) = (x-3) \cdot \sqrt{2x}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = -f(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$ במערכת הצירים שבה סרטטתם את גרף הפונקצייה $f(x)$.

נסמן ב־ S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$ ועל ידי ציר ה־ x .

ו. הביעו באמצעות S את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$. נמקו.

תשובות סופיות

סעיף א
$x \geq 0$

סעיף ב
$(0,0)$, $(3,0)$

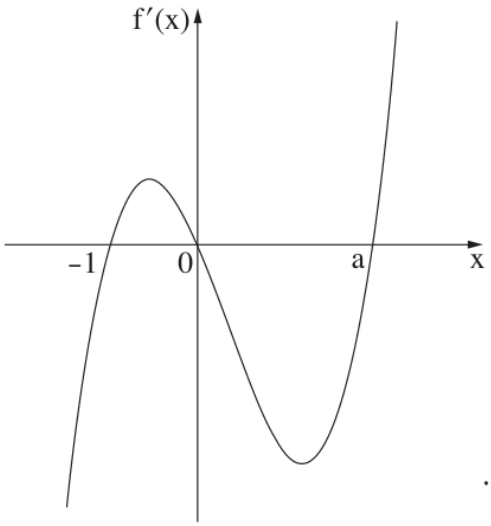
סעיף ג
$\max(0,0)$ (קצה), $\min(1,\ -2\sqrt{2})$

סעיף ד
ראו סקיצה.

סעיף ה
ראו סקיצה – שיקוף ביחס לציר ה־x.

סעיף ו
$2S$

בגרות קיץ תשפ"ב (2022) – מועד ב' • שאלה 8



8. הפונקצייה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x.

בסרטוט שלפניכם מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותכת את ציר ה־x בנקודות שבהן $x=a$, $x=0$, $x=-1$ (בלבד $a>0$ הוא פרמטר).

א. מה הם שיעורי ה־x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, ומהו סוגן? אם יש צורך, הביעו באמצעות a.

נתון כי הפונקצייה היא $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+12$.

ב. **(1)** מצאו את a.

(2) מצאו את שיעורי ה־y של נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$.

גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה־x בשתי נקודות שונות.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי הישר המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודה שבה $x=a$ ועל ידי הישר $x=-1$.

תשובות סופיות

סעיף א

מינימום ב־$x=-1$, מקסימום ב־$x=0$, מינימום ב־$x=a$.

סעיף ב (1)

$a=2$

סעיף ב (2)

$\min(-1,7)$, $\max(0,12)$, $\min(2,-20)$

סעיף ג

ראו סקיצה.

סעיף ד

$S=64.8$ יח"ר

בגרות קיץ תשפ"ב (2022) – מועד א' • שאלה 6

6. נתונה הפונקצייה: $f(x)=\frac{4x^2-1}{x^2-1}$.

א. **(1)** מְצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מְצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מְצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ב. מְצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקִבעו את סוגה.

ג. סַרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=-f(x)+k$, k הוא פרמטר.

נתון: משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקצייה $g(x)$ היא $y=1$.

ד. **(1)** מְצאו את k .

(2) מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, ומהו סוגה?

תשובות סופיות

סעיף א (1)
$x \neq \pm 1$

סעיף א (2)
$y=4 ,x=-1 ,x=1$

סעיף א (3)
$(0,1) ,\left(\frac{1}{2},0\right) ,\left(-\frac{1}{2},0\right)$

סעיף ב
$\max(0,1)$

סעיף ג
ראו סקיצה.

סעיף ד (1)
$k=5$

סעיף ד (2)
$\min(0,4)$

בגרות קיץ תשפ״ב (2022) – מועד א׳ • שאלה 7

7. נתונה הפונקצייה $f(x)=x-2\cdot\sqrt{x+a}$, a הוא פרמטר.

גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה־ x בנקודה $(6\,,\,0)$.

א. הַראו כי $a=3$.

ב. מִצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

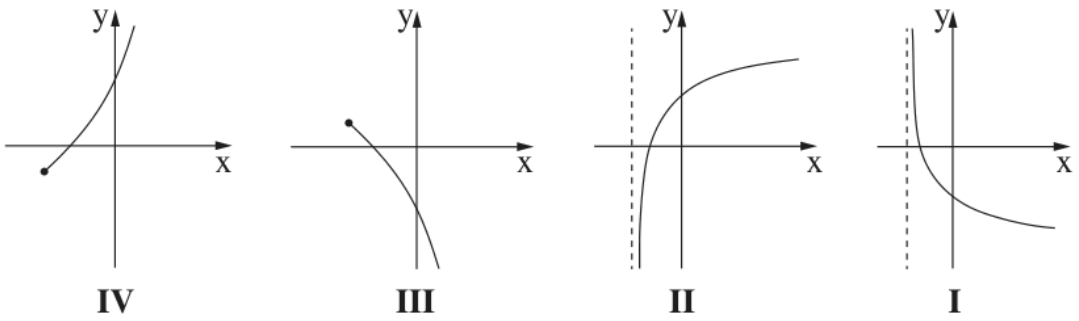
ג. מִצאו את שיעורי **כל** נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקִבעו את סוגן.

ד. סַרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ה. אחד מן הגרפים I–IV שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

קִבעו איזה מהם, ונַמקו את הקביעה.

ו. מִצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x=1$, ועל ידי ציר ה־ x .



תשובות סופיות

סעיף א

✓ $a=3$

סעיף ב

$x\geq -3$

סעיף ג

$\max(-3,-3)$ (קצה), $\min(-2,-4)$

סעיף ד

ראו סקיצה.

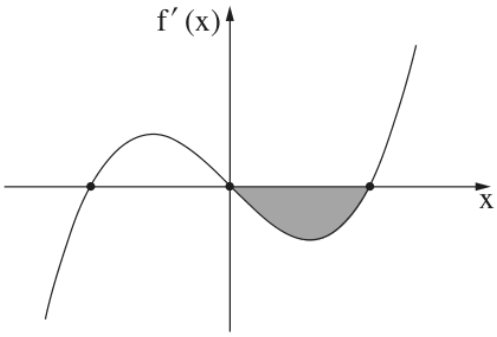
סעיף ה

גרף II.

סעיף ו

$S=1$ יח״ר

בגרות קיץ תשפ"ב (2022) – מועד א' • שאלה 8



8. הפונקצייה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x.

בסרטוט שלפניכם מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

פונקציית הנגזרת מתאפסת בנקודות $x=2$, $x=0$, $x=-2$ בלבד.

א. הסתמכו על הסרטוט וקבעו את שיעורי ה־x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$ ואת סוגן.

S הוא השטח הנמצא ברביע הרביעי ומוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה־x.

נתון: $S=8$,

$f(2)=3\frac{1}{2}$.

ב. מצאו את $f(0)$.

נתון: $f(-2)=f(2)$.

לפונקצייה $f(x)$ אין אסימפטוטה אופקית.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ד. בעבור אילו ערכי k הישר $y=k$ חותך את גרף הפונקצייה $f(x)$ ב־2 נקודות שונות בדיוק? נמקו.

תשובות סופיות

סעיף א

מינימום ב־$x=-2$ וב־$x=2$; מקסימום ב־$x=0$.

סעיף ב

$f(0)=11.5$

סעיף ג

ראו סקיצה.

סעיף ד

$k=3.5$ או $k>11.5$.

בגרות חורף נבצרים תשפ״ב (2022) • שאלה 6

6. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x^2-4x+5}{x-2}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) רשום את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x.

(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים, אם יש כאלה.

(4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)=|f(x)|$.

ב. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(2) רשום את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.

(3) כמה פתרונות יש למשוואה $g(x)=3$? נמק.

תשובות סופיות

סעיף א (1)
$x\neq 2$

סעיף א (2)
$x=2$

סעיף א (3)
$(0,-2.5)$ בלבד; אין חיתוך עם ציר ה־x.

סעיף א (4)
$(1,-2)$ מקסימום, $(3,2)$ מינימום

סעיף א (5)
ראו סקיצה.

סעיף ב (1)
ראו סקיצה.

סעיף ב (2)
$(1,2)$ מינימום, $(3,2)$ מינימום

סעיף ב (3)
4 פתרונות

בגרות חורף נבצרים תשפ״ב (2022) • שאלה 7

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{(4x-1)^2} - 4$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) רשום את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

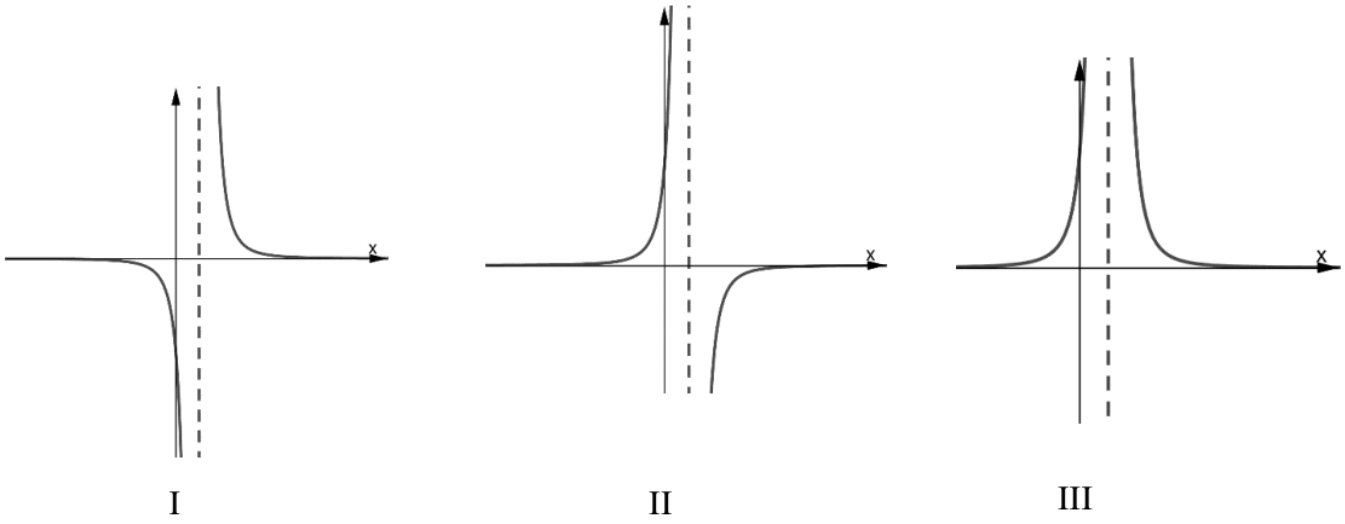
(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. אחד משלושת הגרפים שבסוף השאלה, I, II, III, הוא גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. ציין מיהו ונמק.

ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 1$ ו- $x = 2$.



I II III

תשובות סופיות

סעיף א (1)

$x \neq \frac{1}{4}$

סעיף א (2)

$x = \frac{1}{4}$, $y = -4$

סעיף א (3)

$(0, -3)$, $\left(\frac{1}{8}, 0\right)$, $\left(\frac{3}{8}, 0\right)$

סעיף א (4)

עולה: $x < \frac{1}{4}$; יורדת: $x > \frac{1}{4}$

סעיף א (5)

ראו סקיצה.

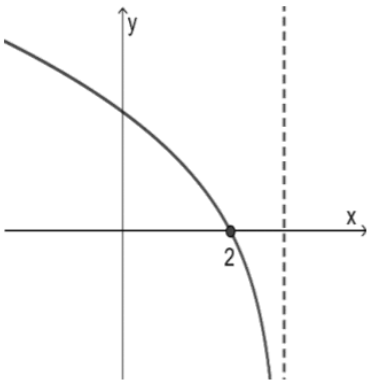
סעיף ב

גרף II

סעיף ג

$S = \frac{40}{441} \approx 0.091$

בגרות חורף נבצרים תשפ"ב (2022) • שאלה 8



8. נתונה הפונקציה $f(x) = x\sqrt{a-x}$, a הוא פרמטר.

בסרטוט שלפניך מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

א. (1) היעזר בגרף, ורשום את שיעור ה- x של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$. קבע את סוגה.

(2) חשב את הערך של a .

הצב $a = 3$ וענה על הסעיפים הבאים:

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x+3)$.

מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$? נמק.

תשובות סופיות

סעיף א (1)

$x = 2$, מקסימום

סעיף א (2)

$a = 3$

סעיף ב (1)

$x \leq 3$

סעיף ב (2)

$(0,0)$, $(3,0)$

סעיף ב (3)

$(2,2)$ מקסימום; $(3,0)$ מינימום (קצה)

סעיף ב (4)

ראו סקיצה.

סעיף ג

$x \leq 0$

בגרות חורף תשפ"ב (2022) • שאלה 6

6. נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{4}{4x^2-1}+b$, b הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. **(1)** מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה (אם צריך, הבע באמצעות b).

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי הישר $y=-2$ משיק לפונקציה $f(x)$ בנקודת הקיצון שלה.

ג. מצא את b .

הצב את b שמצאת בסעיף ג בפונקציה $f(x)$ וענה על הסעיפים ד-ו.

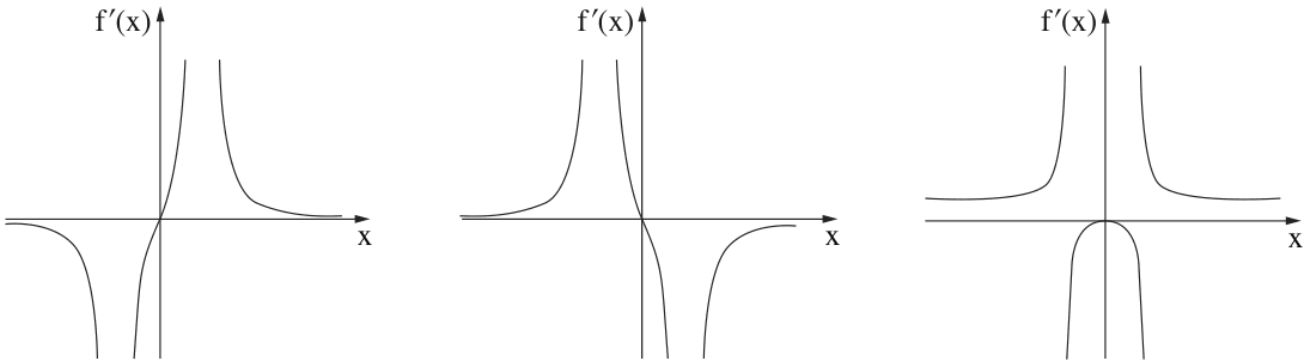
ד. **(1)** מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

$f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$.

ה. אחד מן הגרפים I-III שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.

ו. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x=\frac{1}{3}$, ועל ידי ציר ה־ x .



I II III

תשובות סופיות

סעיף א

$x\neq\pm\frac{1}{2}$

סעיף ב (1)

$(0,\ b-4)$ מקסימום

סעיף ב (2)

עולה: $x<-\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}<x<0$; יורדת: $0<x<\frac{1}{2}$, $x>\frac{1}{2}$

סעיף ג

$b=2$

סעיף ד (1)

$x=\frac{1}{2}$, $x=-\frac{1}{2}$, $y=2$

סעיף ד (2)
ראו סקיצה.

סעיף ה
גרף II

סעיף ו
$S = 3.2$

בגרות חורף תשפ"ב (2022) • שאלה 7

7. נתונה הפונקציה: $f(x) = x \cdot \sqrt{x+18}$

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה $g(x) = -2 \cdot f(x)$.

(1) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.

(2) נסמן ב־ A ו־ B את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$ בהתאמה.

הנקודה O היא ראשית הצירים.

חשב את שטח המשולש ABO .

תשובות סופיות

סעיף א
$x \geq -18$

סעיף ב
$(-18, 0)$,$(0, 0)$

סעיף ג
$(-12, -12\sqrt{6}) \approx (-12, -29.39)$ מינימום; $(-18, 0)$ מקסימום (קצה)

סעיף ד
ראו סקיצה.

סעיף ה (1)
$(-12, 24\sqrt{6}) \approx (-12, 58.79)$ מקסימום; $(-18, 0)$ מינימום (קצה)

סעיף ה (2)
$216\sqrt{6} \approx 529.09$

הפתרונות נכתבו בעזרת בינה מלאכותית ונבדקו, אך ייתכנו טעויות – ללא אחריות. מומלץ להשוות לפתרון הרשמי.