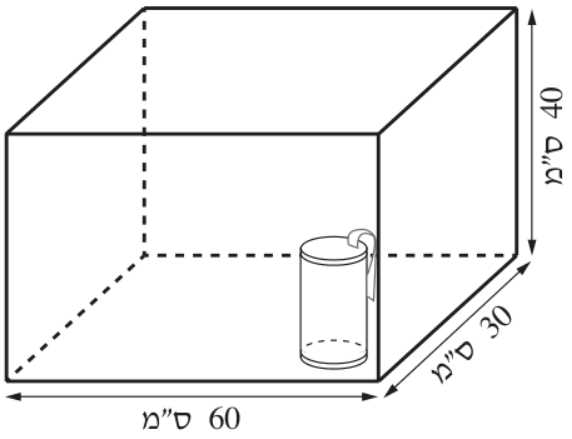
גופים במרחב – כל השאלות עם פתרונות מלאים

הכנה לבגרות במתמטיקה – 3 יחידות (שאלון 372) • 17 שאלות

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 6



6. להדר יש אקווריום בצורת תיבה.

אורכי מקצועות הבסיס שלו הם 60 ס"מ ו־ 30 ס"מ

וגובהו 40 ס"מ (ראו סרטוט).

א. מצאו את נפח האקווריום.

הדר רוצה לגדל דגים באקווריום.

כדי לשמור על איכות המים היא צריכה לשים בתוכו מסנן.

לפי דרישות התקן, נפח המסנן צריך להיות

2% לפחות מנפח האקווריום.

הדר מתלבטת בין שני סוגי מסננים:

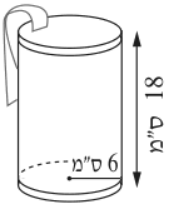
מסנן א' בצורת גליל שאורך רדיוס הבסיס שלו הוא 6 ס"מ

וגובהו 18 ס"מ (ראו סרטוט), ומסנן ב' שנפחו 1,500 סמ"ק.

ב. **(1)** מצאו את הנפח של מסנן א'.

(2) איזה מן המסננים, מסנן א', מסנן ב' או שניהם מתאים לדרישות התקן?

נמקו את תשובתכם.



מסנן א

הדר בחרה במסנן א' ושמה אותו באקווריום.

ג. מצאו את נפח המים הגדול ביותר שאפשר למלא באקווריום לאחר שהדר שמה בתוכו את מסנן א'.

פתרון מלא

סעיף א

נפח תיבה (נוסחאון): $V = a \cdot b \cdot h$, כאשר a, b מקצועות הבסיס ו־h הגובה:

$$V = 60 \cdot 30 \cdot 40 = 72{,}000$$

תשובה: 72,000 סמ"ק.

סעיף ב (1)

נפח גליל: $V = \pi \cdot R^2 \cdot h$, עם $R = 6,\ h = 18$:

$$V = \pi \cdot 6^2 \cdot 18 = \pi \cdot 36 \cdot 18$$
$$= 648\pi \approx 2035.75$$

תשובה: $648\pi \approx 2035.75$ **סמ"ק.**

סעיף ב (2)

נחשב 2% מנפח האקווריום – זה הנפח המינימלי של המסנן:

$$0.02 \cdot 72{,}000 = 1{,}440$$

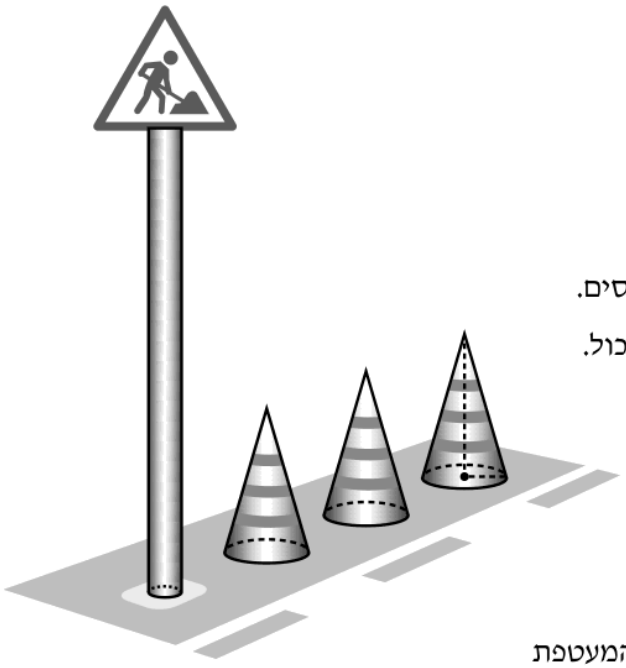
- מסנן א': $2035.75 \geq 1440$ ✓

- מסנן ב': $1500 \geq 1440$ ✓

שני המסננים מתאימים לדרישות התקן.
תשובה: שני המסננים מתאימים (שניהם לפחות 1,440 סמ"ק).

סעיף ג
המסנן תופס חלק מנפח האקווריום, ולכן נפח המים הגדול ביותר הוא נפח האקווריום פחות נפח המסנן:
$$72{,}000 - 648\pi$$
$$\approx 72{,}000 - 2035.75 = 69{,}964.25$$
תשובה: $72{,}000 - 648\pi \approx 69{,}964.25$ **סמ"ק.**

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד א' • שאלה 6



6. בעקבות עבודות בכביש חסמה העירייה את אחד הנתיבים.
כדי לשמור על הבטיחות הציבו הפועלים תמרור אזהרה
ושלושה קונוסים זהים בצורת חרוט (ראו סרטוט).
נתון כי האורך של רדיוס הבסיס של כל אחד מן הקונוסים
הוא 21 ס"מ, והגובה של כל אחד מהם הוא 72 ס"מ.

א. מצאו את האורך של הקו היוצר של כל אחד מן הקונוסים.

ב. מצאו את שטח המעטפת של שלושת הקונוסים סך הכול.

העמוד של תמרור האזהרה הוא בצורת גליל.
נתון כי גובה העמוד גדול פי 3 מגובה הקונוס,
וכי הנפח שלו הוא $3{,}456\pi$ סמ"ק.

ג. מצאו את האורך של רדיוס הבסיס של העמוד.

ד. האם שטח המעטפת של העמוד גדול או קטן משטח המעטפת
של שלושת הקונוסים סך הכול? נמקו את תשובתכם.

פתרון מלא

סעיף א

בחרוט ישר, הגובה, רדיוס הבסיס והקו היוצר יוצרים משולש ישר זווית שהיתר שלו הוא הקו היוצר ℓ. לפי משפט פיתגורס:

$$\ell^2 = R^2 + h^2$$
$$\ell^2 = 21^2 + 72^2$$
$$= 441 + 5184 = 5625$$
$$\ell = \sqrt{5625} = 75$$

תשובה: $\ell = 75$ **ס"מ.**

סעיף ב

שטח המעטפת של חרוט (נוסחאון): $M = \pi \cdot R \cdot \ell$. נסמן ב־$M_1$ את שטח המעטפת של קונוס אחד:

$$M_1 = \pi \cdot 21 \cdot 75 = 1575\pi$$

לשלושה קונוסים:

$$3 \cdot 1575\pi = 4725\pi$$
$$\approx 14{,}844$$

תשובה: $4725\pi \approx 14{,}844$ **סמ"ר.**

סעיף ג

גובה העמוד: $h = 3 \cdot 72 = 216$ ס"מ. נפח גליל: $V = \pi \cdot R^2 \cdot h$.

$$\pi \cdot R^2 \cdot 216 = 3456\pi$$
$$216R^2 = 3456$$

$$R^2 = \frac{3456}{216} = 16$$
$$R = 4$$

(R אורך, ולכן חיובי.)

תשובה: $R = 4$ **ס"מ.**

סעיף ד

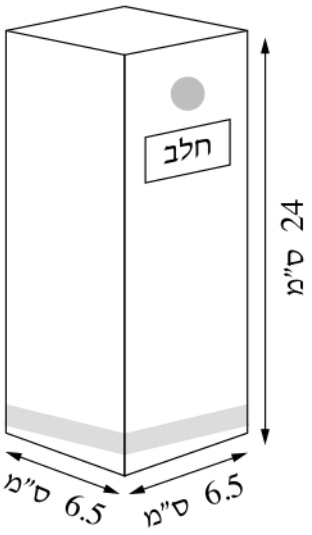
שטח המעטפת של גליל (נוסחאון): $M = 2\pi \cdot R \cdot h$. נסמן ב־M_2 את שטח המעטפת של העמוד ($R = 4$, $h = 216$):

$$M_2 = 2\pi \cdot 4 \cdot 216$$
$$= 1728\pi \approx 5{,}429$$

$1728\pi < 4725\pi$, ולכן שטח המעטפת של העמוד קטן משטח המעטפת של שלושת הקונוסים.

תשובה: קטן ($1728\pi < 4725\pi$**).**

בגרות חורף תשפ"ו (2026) • שאלה 6



6. דני קנה ביום א' קרטון חלב בצורת תיבה שבסיסה ריבוע.

גובה הקרטון הוא 24 ס"מ, ואורך צלע הבסיס שלו הוא 6.5 ס"מ (ראו סרטוט).

א. מצאו את הנפח של קרטון החלב.

לדני יש 7 כוסות שתייה זהות בצורת גליל.

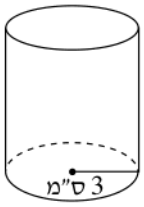
רדיוס הבסיס של כל כוס הוא 3 ס"מ, ושטח המעטפת שלה הוא 48π סמ"ר.

ב. **(1)** מצאו את גובה הכוס.

(2) מצאו את נפח הכוס.

דני החליט לכבד את חבריו בחלב שקנה.

הוא רוצה למזוג לכל אחת מ־ 7 הכוסות שלו חלב בנפח ששווה ל־ 85% מנפח הכוס.



ג. האם כמות החלב שבקרטון תספיק כדי למלא 85% מן הנפח של 7 הכוסות?

נמקו את תשובתכם.

ביום ב' קנה דני קרטון חלב גדול יותר מזה שקנה ביום א'.

גם קרטון זה הוא בצורת תיבה שבסיסה ריבוע, וגובהו 24 ס"מ.

נתון כי הנפח של קרטון זה הוא 1,500 סמ"ק.

ד. מצאו את אורך צלע הבסיס של קרטון החלב שקנה דני ביום ב'.

פתרון מלא

סעיף א

נפח תיבה (נוסחאון): $V = a \cdot b \cdot h$. הבסיס ריבוע שצלעו 6.5 ס"מ, והגובה 24 ס"מ:

$$V = 6.5 \cdot 6.5 \cdot 24 = 42.25 \cdot 24$$

$$= 1014$$

תשובה: 1,014 סמ"ק.

סעיף ב (1)

שטח המעטפת של גליל (נוסחאון): $M = 2\pi \cdot R \cdot h$. נציב $R = 3$ ו־$M = 48\pi$:

$$2\pi \cdot 3 \cdot h = 48\pi$$

$$6\pi h = 48\pi \Rightarrow h = \frac{48}{6} = 8$$

תשובה: 8 ס"מ.

סעיף ב (2)

נפח גליל: $V = \pi \cdot R^2 \cdot h$:

$$V = \pi \cdot 3^2 \cdot 8 = 72\pi \approx 226.2$$

תשובה: $72\pi \approx 226.2$ **סמ"ק.**

סעיף ג

בכל כוס רוצים 85% מנפח הכוס:

$$0.85 \cdot 72\pi = 61.2\pi \approx 192.3$$

ל־7 כוסות:

$$7 \cdot 61.2\pi = 428.4\pi \approx 1345.9$$

$1345.9 > 1014$, ולכן כמות החלב שבקרטון **לא** תספיק.

תשובה: לא. צריך כ־1,345.9 סמ"ק חלב, ובקרטון יש רק 1,014 סמ"ק.

סעיף ד

נסמן ב־a את צלע הבסיס. הנפח של תיבה שבסיסה ריבוע:

$$V = a \cdot a \cdot h = a^2 \cdot 24$$

$$24a^2 = 1500 \Rightarrow a^2 = \frac{1500}{24} = 62.5$$

$$a = \sqrt{62.5} \approx 7.9$$

תשובה: $\sqrt{62.5} \approx 7.9$ **ס"מ.**

בגרות קיץ תשפ"ה (2025) – מועד ב' • שאלה 6

6. חיים קנה מכונת כביסה בצורת תיבה.

גובה מכונת הכביסה הוא 84 ס"מ,

והאורכים של צלעות הבסיס הם 62 ס"מ ו־ 64 ס"מ (ראו סרטוט).

א. מצאו את שטח המעטפת של המכונה.

במכונת הכביסה יש חלק שנקרא "תוף" וצורתו גליל.

בחלק זה מכניסים את הבגדים המיועדים לכביסה.

גובה הגליל של תוף המכונה הוא 50 ס"מ,

והרדיוס של בסיס הגליל הוא 28 ס"מ (ראו סרטוט).

ב. מצאו את נפח התוף.

בטבלה שלפניכם מתואר הקשר בין נפח התוף ובין משקל הבגדים המקסימלי (בקילוגרמים) שאפשר לכבס במכונה בהפעלה אחת.

משקל הבגדים המקסימלי שאפשר לכבס בהפעלה אחת (קילוגרמים)	**נפח התוף** (סמ"ק)
5	עד 60,000
7	מ־ 60,000 עד 100,000
9	מ־ 100,000 עד 130,000

ג. קבעו מהו משקל הבגדים המקסימלי שאפשר לכבס בהפעלה אחת במכונה שקנה חיים.

גם אייל קנה מכונת כביסה. גובה הגליל של תוף המכונה שקנה אייל קטן ב־ 12 ס"מ מגובה הגליל של תוף המכונה שקנה חיים. הרדיוס של בסיס התוף של שתי המכונות זהה.

ד. מהו משקל הבגדים המקסימלי שאפשר לכבס בהפעלה אחת במכונה שקנה אייל? נמקו את תשובתכם.

פתרון מלא

סעיף א

שטח המעטפת של תיבה הוא סכום שטחי הפאות הצדדיות (בלי שני הבסיסים). לפי הנוסחאון, עם $a = 62,\ b = 64,\ h = 84$:

$$M = 2(a+b)\cdot h$$
$$= 2\cdot(62+64)\cdot 84 = 2\cdot 126\cdot 84$$
$$= 21{,}168$$

תשובה: $M = 21{,}168$ **סמ"ר.**

סעיף ב

נפח גליל (נוסחאון): $V = \pi\cdot R^2\cdot h$, עם $R = 28,\ h = 50$:

$$V = \pi\cdot 28^2\cdot 50 = \pi\cdot 784\cdot 50$$

$$= 39{,}200\pi \approx 123{,}150.4$$

תשובה: $V = 39{,}200\pi \approx 123{,}150.4$ **סמ״ק.**

סעיף ג

נפח התוף הוא כ־$123{,}150.4$ סמ״ק (סעיף ב). נבדוק באיזו שורה של הטבלה הוא נמצא:

$$100{,}000 < 123{,}150.4 \leq 130{,}000$$

לכן משקל הבגדים המקסימלי שאפשר לכבס בהפעלה אחת במכונה של חיים הוא **9 ק״ג**.

תשובה: 9 ק״ג.

סעיף ד

גובה הגליל בתוף של אייל קטן ב־12 ס״מ:

$$h = 50 - 12 = 38$$

הרדיוס זהה, $R = 28$:

$$V = \pi \cdot 28^2 \cdot 38 = \pi \cdot 784 \cdot 38$$

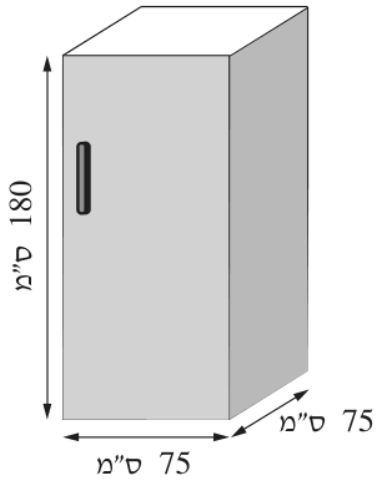
$$= 29{,}792\pi \approx 93{,}594.3$$

$$60{,}000 < 93{,}594.3 \leq 100{,}000$$

לכן משקל הבגדים המקסימלי במכונה של אייל הוא **7 ק״ג**.

תשובה: 7 ק״ג (נפח התוף כ־$93{,}594.3$ סמ״ק).

בגרות קיץ תשפ"ה (2025) – מועד א' • שאלה 6



6. המקרר של נעמי הוא בצורת תיבה שבסיסה ריבוע.

נתון כי גובה המקרר הוא 180 ס"מ ואורך צלע הבסיס הוא 75 ס"מ (ראו סרטוט).

א. חשבו את נפח המקרר.

במקרר זה הגובה בין שני מדפים סמוכים המוצבים זה מעל זה הוא 15% מגובה המקרר.

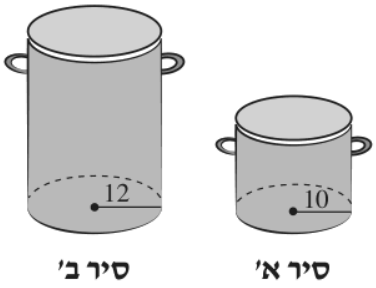
ב. חשבו את הגובה שבין שני מדפים סמוכים במקרר.

סבא של נעמי רוצה להכין לה מרק, ולהביא לה אותו בסיר שאפשר להכניס בגובה שבין שני מדפים סמוכים במקרר.

יש לו שני סירים בצורת גליל – סיר א' וסיר ב'.

רדיוס הבסיס של סיר א' הוא 10 ס"מ והנפח שלו $1,400\pi$ סמ"ק.

ג. חשבו את הגובה של סיר א'.



רדיוס הבסיס של סיר ב' הוא 12 ס"מ ושטח המעטפת שלו 672π סמ"ר.

ד. קבעו אם אפשר להכניס את סיר ב' בגובה שבין שני מדפים סמוכים במקרר.

נמקו את קביעתכם.

פתרון מלא

סעיף א

המקרר הוא תיבה שבסיסה ריבוע: $a = b = 75,\ h = 180$. לפי הנוסחאון $V = a \cdot b \cdot h$:

$$V = 75 \cdot 75 \cdot 180$$
$$= 5625 \cdot 180 = 1{,}012{,}500$$

תשובה: $V = 1{,}012{,}500$ **סמ"ק.**

סעיף ב

הגובה בין שני מדפים סמוכים הוא 15% מגובה המקרר:

$$0.15 \cdot 180 = 27$$

תשובה: 27 ס"מ.

סעיף ג

נפח גליל (נוסחאון): $V = \pi \cdot R^2 \cdot h$. נציב $R = 10$ ו־$V = 1400\pi$:

$$\pi \cdot 10^2 \cdot h = 1400\pi$$
$$100h = 1400 \Rightarrow h = 14$$

תשובה: $h = 14$ **ס"מ.**

סעיף ד

שטח המעטפת של גליל (נוסחאון): $M = 2\pi \cdot R \cdot h$. נציב $R = 12$ ו־$M = 672\pi$:

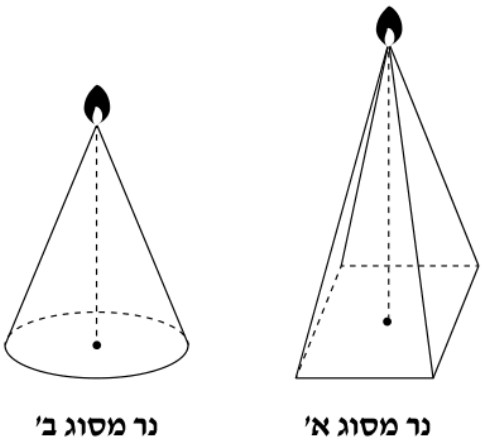
$$2\pi \cdot 12 \cdot h = 672\pi$$

$$24h = 672 \Rightarrow h = 28$$

הגובה בין שני מדפים סמוכים הוא 27 ס״מ (סעיף ב). $28 > 27$, ולכן **אי אפשר** להכניס את סיר ב' בין שני מדפים סמוכים.

תשובה: לא. גובה סיר ב' הוא 28 ס״מ, יותר מ־27 ס״מ.

בגרות חורף תשפ״ה (2025) • שאלה 6



6. במפעל מייצרים שני סוגים של נרות שעווה:

נר מסוג א׳, שצורתו פירמידה ישרה שבסיסה ריבוע,

ונר מסוג ב׳, שצורתו חרוט ישר (ראו סרטוט).

נתון כי אורך צלע הבסיס של נר מסוג א׳ הוא 6 ס״מ

וגובה הנר הוא 12 ס״מ.

א. מצאו את נפח השעווה של נר מסוג א׳.

נתון כי האורך של רדיוס הבסיס של נר מסוג ב׳ הוא 4 ס״מ,

וגובה הנר הוא 10 ס״מ.

ככל שנפח השעווה של נר גדול יותר – הנר ידלק זמן ארוך יותר.

ב. קבעו איזה נר ידלק זמן ארוך יותר – נר מסוג א׳ או נר מסוג ב׳. נמקו את קביעתכם.

ג. **(1)** מצאו את האורך של הקו היוצר של נר מסוג ב׳.

(2) מצאו את שטח המעטפת של נר מסוג ב׳.

ביום מסוים התקבלה במפעל הזמנה לייצור 300 נרות מסוג א׳ ו־250 נרות מסוג ב׳.

ד. האם נפח של $60{,}000$ סמ״ק שעווה יספיק למפעל לייצור הזמנה זו? נמקו את תשובתכם.

פתרון מלא

סעיף א

נר מסוג א׳ הוא פירמידה ישרה שבסיסה ריבוע. נפח פירמידה (נוסחאון): $V = \frac{S \cdot h}{3}$, כאשר S הוא שטח הבסיס.

$$S = 6^2 = 36$$

נסמן ב־V_1 את נפח נר מסוג א׳:

$$V_1 = \frac{36 \cdot 12}{3} = 144$$

תשובה: 144 סמ״ק.

סעיף ב

נר מסוג ב׳ הוא חרוט ישר. נפח חרוט (נוסחאון): $V = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot h}{3}$, עם $R = 4,\ h = 10$:

נסמן ב־V_2 את נפח נר מסוג ב׳:

$$V_2 = \frac{\pi \cdot 4^2 \cdot 10}{3}$$
$$= \frac{160\pi}{3} \approx 167.55$$

$167.55 > 144$: נפח השעווה של נר מסוג ב׳ גדול יותר, ולכן **נר מסוג ב׳** ידלק זמן ארוך יותר.

תשובה: נר מסוג ב׳. נפח השעווה שלו בערך 167.55 סמ״ק, יותר מ־144 סמ״ק.

סעיף ג (1)

בחרוט ישר, הגובה, רדיוס הבסיס והקו היוצר יוצרים משולש ישר זווית שהיתר שלו הוא הקו היוצר ℓ. לפי משפט פיתגורס:

$$\ell^2 = R^2 + h^2 = 4^2 + 10^2$$
$$\ell^2 = 16 + 100 = 116$$
$$\ell = \sqrt{116} \approx 10.77$$

תשובה: $\ell = \sqrt{116} \approx 10.77$ **ס"מ.**

סעיף ג (2)

שטח המעטפת של חרוט (נוסחאון): $M = \pi \cdot R \cdot \ell$.

$$M = \pi \cdot 4 \cdot \sqrt{116} \approx 135.34$$

תשובה: $M \approx 135.34$ **סמ"ר.**

סעיף ד

נחשב כמה שעווה דרושה להזמנה (V_1, V_2 – הנפחים מסעיפים א ו־ב).

300 נרות מסוג א':

$$300 \cdot V_1 = 300 \cdot 144$$
$$= 43{,}200$$

250 נרות מסוג ב':

$$250 \cdot V_2 = 250 \cdot \frac{160\pi}{3}$$
$$\approx 41{,}888$$

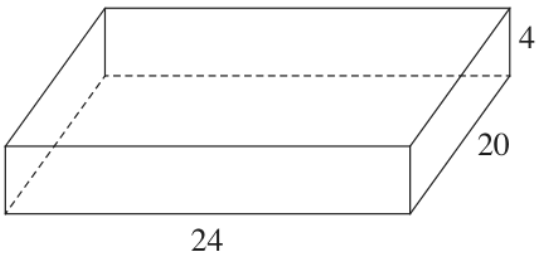
סך הכול:

$$43{,}200 + 41{,}888 = 85{,}088$$

$85{,}088 > 60{,}000$, ולכן 60,000 סמ"ק שעווה **לא** יספיקו להזמנה.

תשובה: לא. דרושים בערך 85,088 סמ"ק, יותר מ־60,000 סמ"ק.

בגרות קיץ תשפ״ד (2024) – מועד ב׳ • שאלה 5



5. ליאת אפתה עוגה בתבנית בצורת תיבה (ראו סרטוט).

נתון כי האורכים של צלעות הבסיס של התבנית הם 24 ס״מ ו־ 20 ס״מ, וגובה התבנית הוא 4 ס״מ.

א. מצאו את נפח התבנית.

ליאת הוציאה את העוגה מן התבנית וחתכה אותה לקוביות זהות.

נתון כי אורך הצלע של כל קובייה 4 ס״מ.

לאחר שחתכה את העוגה, ציפתה ליאת בשוקולד את הפאה העליונה ואת ארבע הפאות הצדדיות של כל אחת מן הקוביות.

ב. **(1)** לכמה קוביות חתכה ליאת את העוגה?

(2) מצאו את השטח הכולל שליאת ציפתה בשוקולד.

ליאת הכינה מקַצֶפת קישוטים בצורת חרוט, והניחה קישוט אחד על כל אחת מן הקוביות.

נתון כי היקף הבסיס של כל חרוט הוא 3π והגובה שלו 2 ס״מ.

ג. **(1)** מצאו את אורך הרדיוס של בסיס החרוט.

(2) מצאו את הנפח של הקצפת הדרוש להכנת כל החרוטים.

פתרון מלא

סעיף א

נפח תיבה (נוסחאון): $V = a \cdot b \cdot h$.

$$V = 24 \cdot 20 \cdot 4 = 1920$$

תשובה: 1,920 סמ״ק.

סעיף ב (1)

גובה העוגה הוא 4 ס״מ – בדיוק צלע של קובייה אחת, ולכן יש שכבה אחת של קוביות. נבדוק כמה קוביות נכנסות לאורך כל צלע בסיס:

$$24 : 4 = 6 \qquad 20 : 4 = 5$$

$$6 \cdot 5 \cdot 1 = 30$$

בדיקה בעזרת נפחים: נפח קובייה $4^3 = 64$ סמ״ק, ו־$1920 : 64 = 30$.

תשובה: 30 קוביות.

סעיף ב (2)

בכל קובייה ציפו 5 פאות (העליונה וארבע הצדדיות). כל פאה היא ריבוע שצלעו 4 ס״מ, ושטחה:

$$4^2 = 16$$

השטח המצופה בקובייה אחת:

$$5 \cdot 16 = 80$$

ב־30 הקוביות:

$$30 \cdot 80 = 2400$$

תשובה: 2,400 סמ״ר.

סעיף ג (1)

היקף מעגל שרדיוסו R הוא $2\pi R$. נתון שהיקף הבסיס הוא 3π:

$$2\pi R = 3\pi \Rightarrow R = \frac{3}{2} = 1.5$$

תשובה: $R = 1.5$ **ס"מ.**

סעיף ג (2)

נפח חרוט (נוסחאון): $V = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot h}{3}$, עם $R = 1.5,\ h = 2$:

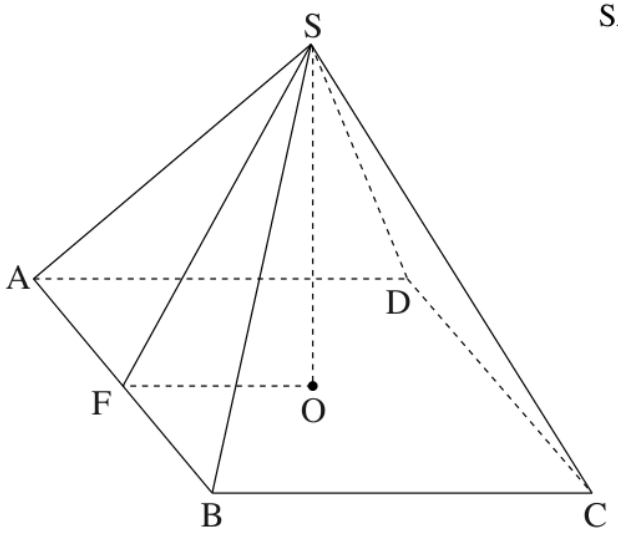
$$V = \frac{\pi \cdot 1.5^2 \cdot 2}{3} = \frac{4.5\pi}{3} = 1.5\pi$$

על כל אחת מ־30 הקוביות יש חרוט אחד:

$$30 \cdot 1.5\pi = 45\pi \approx 141.37$$

תשובה: $45\pi \approx 141.37$ **סמ"ק.**

בגרות קיץ תשפ"ד (2024) – מועד א' • שאלה 5



5. רינה מכינה ממתקי שוקולד בצורת פירמידה ישרה $SABCD$ שבסיסה ריבוע $ABCD$ (ראו סרטוט).
נתון כי אורך צלע הבסיס הוא 4 ס"מ וגובה הפירמידה SO הוא 3.75 ס"מ.

א. מצאו את הנפח של ממתק שוקולד אחד.

רינה עוטפת כל ממתק שוקולד ברדיד אלומיניום, ועל אחת מן הפאות הצדדיות היא מדביקה מדבקה צבעונית המכסה אותה בדיוק.

ב. **(1)** מצאו את SF, גובה הפאה הצדדית.

(2) מצאו את שטח המדבקה.

לָרֶגל החג החליטה רינה להכין ממתקי שוקולד בצורת חרוט.
הרדיוס של בסיס החרוט שווה לחצי צלע של בסיס הפירמידה, וגובהו שווה לגובה הפירמידה.

ג. מצאו את הנפח של ממתק שוקולד אחד בצורת חרוט.

רינה מכינה מארזי מתנה של ממתקי שוקולד. בכל מארז היא מכניסה 2 ממתקי שוקולד בצורת פירמידה וממתק שוקולד אחד בצורת חרוט. לרינה יש שוקולד מומס בנפח של 170 סמ"ק.

ד. כמה מארזים לכל היותר אפשר להכין מן השוקולד שיש לרינה?

פתרון מלא

סעיף א

נפח פירמידה (נוסחאון): $V=\dfrac{S\cdot h}{3}$, כאשר S שטח הבסיס ו־h הגובה.

$$S=4^2=16$$
$$V=\frac{16\cdot 3.75}{3}=\frac{60}{3}=20$$

תשובה: 20 סמ"ק.

סעיף ב (1)

F אמצע הצלע AB (בפירמידה ישרה גובה הפאה הצדדית יורד לאמצע צלע הבסיס), ו־O מרכז הריבוע. לכן OF שווה לחצי צלע הבסיס:

$$OF=\frac{4}{2}=2$$

המשולש SOF ישר זווית ($\angle SOF=90^\circ$, כי SO גובה הפירמידה). לפי משפט פיתגורס:

$$SF^2=SO^2+OF^2=3.75^2+2^2$$
$$=14.0625+4=18.0625$$
$$SF=\sqrt{18.0625}=4.25$$

תשובה: $SF=4.25$ **ס"מ.**

סעיף ב (2)

המדבקה מכסה פאה צדדית אחת, שהיא משולש שבסיסו צלע הבסיס $AB = 4$ וגובהו $SF = 4.25$:

$$S_{\triangle} = \frac{4 \cdot 4.25}{2} = 8.5$$

תשובה: 8.5 סמ"ר.

סעיף ג

רדיוס בסיס החרוט: $R = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$. גובהו שווה לגובה הפירמידה: $h = 3.75$.

נפח חרוט (נוסחאון): $V = \dfrac{\pi \cdot R^2 \cdot h}{3}$

$$V = \frac{\pi \cdot 2^2 \cdot 3.75}{3}$$

$$= \frac{15\pi}{3} = 5\pi \approx 15.71$$

תשובה: $5\pi \approx 15.71$ סמ"ק.

סעיף ד

נפח השוקולד במארז אחד (2 פירמידות וחרוט):

$$2 \cdot 20 + 5\pi \approx 40 + 15.71 = 55.71$$

כמה מארזים אפשר להכין מ־170 סמ"ק:

$$\frac{170}{55.71} \approx 3.05$$

מספר המארזים הוא מספר שלם, ולכן אפשר להכין **3** מארזים לכל היותר (ל־4 מארזים צריך כ־222.8 סמ"ק).

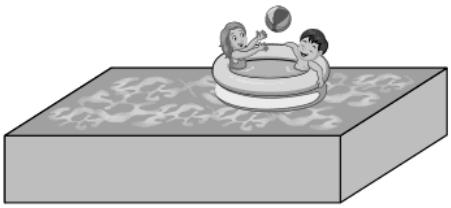
תשובה: 3 מארזים לכל היותר.

בגרות חורף תשפ״ד (2024) • שאלה 5

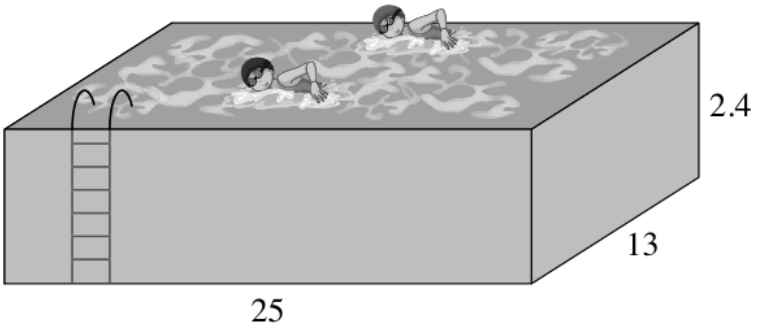
5. במרכז ספורט יש שתי בריכות: בריכת מבוגרים ובריכת ילדים.

כל בריכה היא בצורת תיבה שבסיסה מלבן (ראו סרטוט).

בריכת ילדים



בריכת מבוגרים



נתון כי אורכי צלעות הבסיס של בריכת המבוגרים הם 25 מטרים ו־ 13 מטרים.

גובה בריכת המבוגרים הוא 2.4 מטרים.

א. מצאו את נפח בריכת המבוגרים.

לפני עונת הרחצה החליטו לסייד את הקירות החיצוניים של בריכת המבוגרים.

ב. מצאו את השטח שסיידו.

הגובה של בריכת הילדים הוא $\frac{1}{3}$ מן הגובה של בריכת המבוגרים.

ג. מצאו את הגובה של בריכת הילדים.

אחת מצלעות הבסיס של בריכת הילדים גדולה פי 2 מן הצלע האחרת של בסיס בריכת הילדים.

נתון כי הנפח של בריכת הילדים הוא 40 מ״ק (מטר מעוקב).

ד. מצאו את האורכים של צלעות הבסיס של בריכת הילדים.

פתרון מלא

סעיף א

נפח תיבה: אורך $\times$ רוחב $\times$ גובה.

$$V = 25 \cdot 13 \cdot 2.4 = 780$$

תשובה: 780 מ״ק.

סעיף ב

הקירות החיצוניים הם ארבע הפאות הצדדיות של התיבה (שטח המעטפת). שתי פאות הן 25×2.4 ושתיים הן 13×2.4:

$$M = 2 \cdot 25 \cdot 2.4 + 2 \cdot 13 \cdot 2.4$$
$$= 120 + 62.4 = 182.4$$

(או: היקף הבסיס כפול הגובה: $2 \cdot (25 + 13) \cdot 2.4 = 76 \cdot 2.4 = 182.4$.)

תשובה: 182.4 מ״ר.

סעיף ג

גובה בריכת הילדים הוא $\frac{1}{3}$ מגובה בריכת המבוגרים (2.4 מטרים):

$$h = \frac{1}{3} \cdot 2.4 = 0.8$$

תשובה: 0.8 מטרים.

סעיף ד

נסמן את הצלע הקצרה של הבסיס ב־a. הצלע האחרת גדולה פי 2, כלומר $2a$. הגובה 0.8 והנפח 40 מ״ק:

$$a \cdot 2a \cdot 0.8 = 40$$

$$1.6a^2 = 40 \Rightarrow a^2 = 25 \Rightarrow a = 5$$

(a אורך, ולכן חיובי.) הצלע האחרת: $2 \cdot 5 = 10$.

תשובה: 5 מטרים ו־10 מטרים.

בגרות קיץ תשפ״ג (2023) – מועד ב׳ • שאלה 4

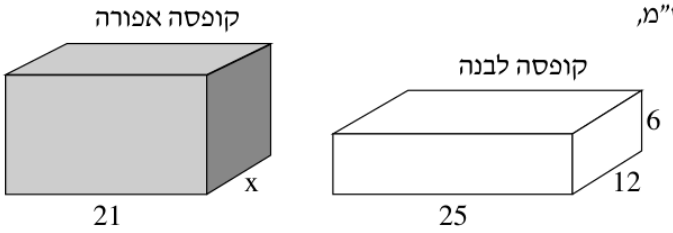
4. בחנות כלי בית מוכרים קופסאות לבנות וקופסאות אפורות.

כל הקופסאות הן תיבות שבסיסן הוא מלבן.

נתון: אורך אחת מצלעות הבסיס של קופסה לבנה הוא 12 ס״מ,

ואורך הצלע האחרת הוא 25 ס״מ.

הגובה של קופסה לבנה הוא 6 ס״מ.



א. מצאו את הנפח של קופסה לבנה.

הנפח של קופסה אפורה גדול ב־ 40% מן הנפח של קופסה לבנה.

ב. מצאו את הנפח של קופסה אפורה.

נסמן ב־ x את אורך אחת מצלעות הבסיס בקופסה אפורה.

נתון: הגובה של קופסה אפורה גדול פי 1.2 מצלע זו.

אורך צלע הבסיס האחרת של הקופסה האפורה הוא 21 ס״מ.

ג. מצאו את x .

רועי קנה קופסה אחת לבנה וקופסה אחת אפורה.

רועי החליט לצבוע כל קופסה בשכבה אחידה של צבע אדום (שטח הפנים).

ד. באיזו קופסה השתמש רועי בכמות צבע גדולה יותר כדי לצבוע אותה? נמקו.

פתרון מלא

סעיף א

נפח תיבה: אורך $\times$ רוחב $\times$ גובה.

$$V = 12 \cdot 25 \cdot 6 = 1800$$

תשובה: 1,800 סמ״ק.

סעיף ב

גדול ב־40% פירושו כפול 1.4:

$$1.4 \cdot 1800 = 2520$$

תשובה: 2,520 סמ״ק.

סעיף ג

מידות הקופסה האפורה: $21,\ x,\ 1.2x$. הנפח שלה 2,520 סמ״ק:

$$21 \cdot x \cdot 1.2x = 2520$$

$$25.2x^2 = 2520 \Rightarrow x^2 = 100 \Rightarrow x = 10$$

(x אורך, ולכן חיובי.) מידות הקופסה: $21 \times 10 \times 12$.

תשובה: $x = 10$ **ס״מ.**

סעיף ד

כמות הצבע תלויה בשטח הפנים של התיבה, כלומר בסכום השטחים של שש הפאות:

$$S = 2(ab + ac + bc)$$

הקופסה הלבנה ($6 \times 25 \times 12$):

$$2(12 \cdot 25 + 12 \cdot 6 + 25 \cdot 6)$$
$$= 2(300 + 72 + 150) = 1044$$

הקופסה האפורה ($12 \times 10 \times 21$):

$$2(21 \cdot 10 + 21 \cdot 12 + 10 \cdot 12)$$
$$= 2(210 + 252 + 120) = 1164$$

$1164 > 1044$, ולכן רועי השתמש בכמות צבע גדולה יותר לקופסה **האפורה**.

תשובה: בקופסה האפורה: שטח הפנים שלה 1,164 סמ״ר, לעומת 1,044 סמ״ר בלבנה.

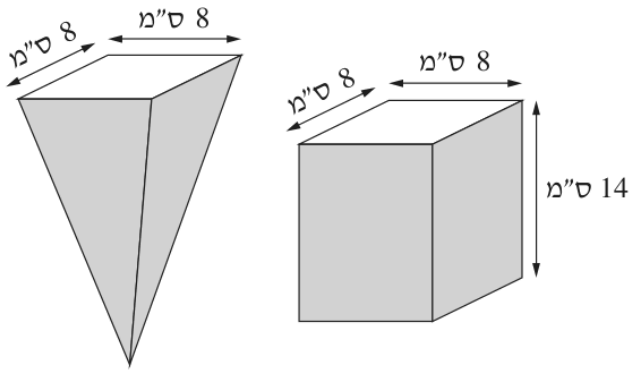
בגרות קיץ תשפ"ג (2023) – מועד מיוחד • שאלה 4

4. בשיעור אומנות הכינו התלמידים שני סוגים של קופסאות:

סוג אחד בצורת תיבה וסוג אחר בצורת פירמידה.

הפתח של הקופסאות משני הסוגים הוא בצורת ריבוע זהה בגודלו (ראו סרטוט).

נתון: אורך צלע הריבוע הוא 8 ס"מ.



הגובה של קופסה בצורת תיבה הוא 14 ס"מ.

א. חשבו את הנפח של קופסה בצורת תיבה.

הנפח של קופסה בצורת תיבה גדול פי שניים מן הנפח של קופסה בצורת פירמידה.

ב. **(1)** מהו הנפח של קופסה בצורת פירמידה?

(2) מהו הגובה של קופסה בצורת פירמידה?

התלמידים הכינו סך הכול 40 קופסאות משני הסוגים.

הנפח של כל הקופסאות שהם הכינו היה 28,672 סמ"ק.

ג. כמה קופסאות בצורת פירמידה הם הכינו?

פתרון מלא

סעיף א

נפח תיבה: $V = a \cdot b \cdot h$

$$V = 8 \cdot 8 \cdot 14 = 896$$

תשובה: 896 סמ"ק.

סעיף ב (1)

נתון שנפח קופסת התיבה גדול פי 2 מנפח קופסת הפירמידה. נסמן ב־V_P את נפח קופסת הפירמידה:

$$V_P = \frac{896}{2} = 448$$

תשובה: 448 סמ"ק.

סעיף ב (2)

נפח פירמידה: $V = \frac{S \cdot h}{3}$, עם $S = 8^2 = 64$:

$$\frac{64 \cdot h}{3} = 448$$
$$64h = 1344$$
$$h = 21$$

תשובה: 21 ס"מ.

סעיף ג

נסמן ב־p את מספר קופסאות הפירמידה. אז יש $40 - p$ קופסאות תיבה, והנפח הכולל:

$$896(40 - p) + 448p = 28{,}672$$
$$35{,}840 - 448p = 28{,}672$$

$$448p = 7168 \Rightarrow p = 16$$

בדיקה: $24 \cdot 896 + 16 \cdot 448 = 21{,}504 + 7{,}168 = 28{,}672$ ✓

תשובה: 16 קופסאות בצורת פירמידה.

בגרות קיץ תשפ"ג (2023) – מועד א' • שאלה 4

4. במסעדה יש שני סוגים של מלחיות.

מלחייה מסוג א' היא בצורת תיבה שבסיסה ריבוע.

מלחייה מסוג ב' היא בצורת פירמידה ישרה שבסיסה ריבוע (ראו סרטוט).

הבסיס של מלחייה מסוג א' זהה לבסיס של מלחייה מסוג ב'.

נתון כי אורך צלע הבסיס של מלחייה מסוג א' הוא 4 ס"מ, והגובה שלה הוא 10 ס"מ.

א. מהו הנפח של מלחייה מסוג א'?

נפח המלחייה מסוג ב' קטן ב־ 96 סמ"ק מנפח מלחייה מסוג א'.

ב. **(1)** מהו הנפח של מלחייה מסוג ב'?

(2) מהו הגובה של מלחייה מסוג ב'?

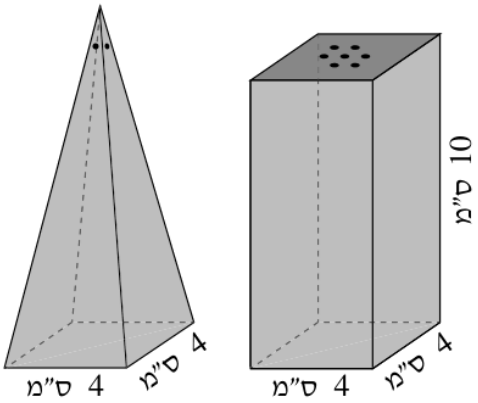
על השולחנות במסעדה סידרו מלחיות משני הסוגים.

בכל מלחייה מילאו מלח שנפחו היה 75% מנפח המלחייה.

מספר המלחיות מסוג א' שסידרו היה גדול ב־ 8 ממספר המלחיות מסוג ב'.

נפח המלח שמילאו בתוך כל המלחיות משני הסוגים היה $3{,}144$ סמ"ק סך הכול.

ג. כמה מלחיות מסוג ב' סידרו במסעדה?



מלחייה מסוג א' **מלחייה מסוג ב'**

פתרון מלא

סעיף א

מלחייה מסוג א' היא תיבה שבסיסה ריבוע בצלע 4 ס"מ וגובהה 10 ס"מ. נפח תיבה = שטח הבסיס • הגובה:

$$V = 4 \cdot 4 \cdot 10 = 160$$

תשובה: 160 סמ"ק.

סעיף ב (1)

נתון שנפח מלחייה מסוג ב' קטן ב־96 סמ"ק מנפח מלחייה מסוג א' (160 סמ"ק, מסעיף א):

נסמן ב־V_2 את נפח מלחייה מסוג ב':

$$V_2 = 160 - 96 = 64$$

תשובה: 64 סמ"ק.

סעיף ב (2)

נפח פירמידה (נוסחאון): $V = \frac{S \cdot h}{3}$, כאשר S שטח הבסיס. הבסיס זהה לבסיס של התיבה: $S = 4 \cdot 4 = 16$.

$$\frac{16 \cdot h}{3} = 64 \Rightarrow 16h = 192$$

$$\Rightarrow h = 12$$

תשובה: 12 ס"מ.

סעיף ג

נפח המלח בכל מלחייה הוא 75% מנפחה:

- מלחייה מסוג א': $0.75 \cdot 160 = 120$ סמ"ק מלח.
- מלחייה מסוג ב': $0.75 \cdot 64 = 48$ סמ"ק מלח.

נסמן ב־n את מספר המלחיות מסוג ב'. אז מספר המלחיות מסוג א' הוא $n + 8$. נפח המלח הכולל הוא 3,144 סמ"ק:

$$120(n + 8) + 48n = 3144$$

$$120n + 960 + 48n = 3144$$

$$168n = 2184 \Rightarrow n = 13$$

מסוג א' סידרו $13 + 8 = 21$ מלחיות. בדיקה:

$$21 \cdot 120 + 13 \cdot 48$$

$$= 2520 + 624 = 3144 \ \checkmark$$

תשובה: 13 מלחיות מסוג ב'.

בגרות חורף תשפ״ג (2023) • שאלה 4

4. בגלידרייה משפחתית מייצרים גלידה.

הגלידה מוגשת בגביע נייר בצורת חרוט.

בגלידרייה יש גביעים בשני גדלים: גביע רגיל וגביע אקסטרים.

הרדיוס של בסיס הגביע הרגיל הוא 4 ס״מ,

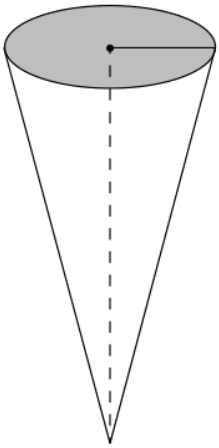
וגובהו של הגביע הרגיל הוא 12 ס״מ (ראו סרטוט).

א. חשבו את נפח הגלידה הדרוש למילוי גביע רגיל אחד.

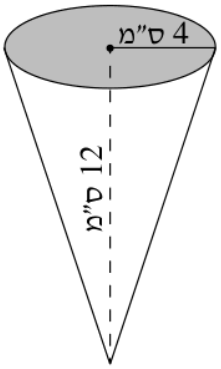
ב. חשבו את אורך הקו היוצר של גביע רגיל.

ג. מהו שטח הנייר שנדרש ליצירת גביע רגיל אחד של גלידה?

גביע אקסטרים



גביע רגיל



לצורך כיבוד במסיבת סיום הזמינה הנהלת בית הספר מן הגלידרייה 48 גלידות **בגביעי אקסטרים** בלבד.

גובהו של גביע אקסטרים גדול פי 1.25 מגובהו של גביע רגיל.

הרדיוס של גביע אקסטרים שווה לרדיוס של גביע רגיל.

ד. חשבו את נפח הגלידה הדרוש למילוי כל הגביעים שבהזמנה זו.

פתרון מלא

סעיף א

הגביע הוא חרוט עם $R = 4$ ו־$h = 12$. נפח חרוט (נוסחאון):

$$V = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 4^2 \cdot 12}{3}$$
$$= \frac{192\pi}{3} = 64\pi \approx 201.06$$

תשובה: $64\pi \approx 201.06$ **סמ״ק.**

סעיף ב

בחרוט ישר, הגובה, רדיוס הבסיס והקו היוצר יוצרים משולש ישר זווית שהיתר שלו הוא הקו היוצר ℓ. לפי משפט פיתגורס:

$$\ell^2 = R^2 + h^2 = 4^2 + 12^2$$
$$= 16 + 144 = 160$$
$$\ell = \sqrt{160} \approx 12.65$$

תשובה: $\ell = \sqrt{160} \approx 12.65$ **ס״מ.**

סעיף ג

הגביע עשוי נייר רק במעטפת (הגלידה בפתח למעלה), ולכן שטח הנייר הוא שטח המעטפת של החרוט: $M = \pi \cdot R \cdot \ell$.

$$M = \pi \cdot 4 \cdot \sqrt{160} \approx \pi \cdot 4 \cdot 12.65$$
$$\approx 158.95$$

תשובה: $4\sqrt{160}\,\pi \approx 158.95$ **סמ״ר.**

סעיף ד

גובה גביע אקסטרים גדול פי 1.25 מגובה גביע רגיל, והרדיוס זהה:

$$h = 1.25 \cdot 12 = 15 \qquad R = 4$$

נפח גביע אקסטרים אחד:

$$V = \frac{\pi \cdot 4^2 \cdot 15}{3} = \frac{240\pi}{3} = 80\pi$$

הוזמנו 48 גביעים:

$$48 \cdot 80\pi = 3840\pi \approx 12{,}063.7$$

תשובה: $3840\pi \approx 12{,}063.7$ **סמ"ק.**

בגרות קיץ תשפ"ב (2022) – מועד ב' • שאלה 4

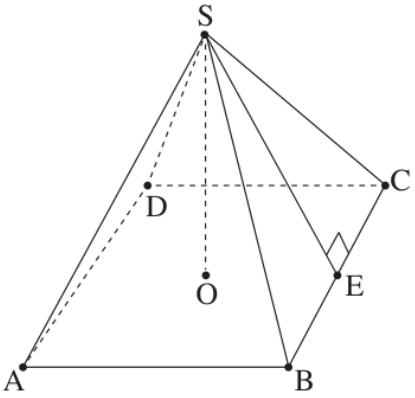
4. בחנות של ציוד מחנאות מוכרים שני סוגי אוהלים:

אוהלים בצורת פירמידה שבסיסה ריבוע

ואוהלים בצורת חרוט (ראו סרטוטים).

כל אחד מן האוהלים נארז בתיק נפרד.

בכל תיק לאוהל בצורת פירמידה נארזים:



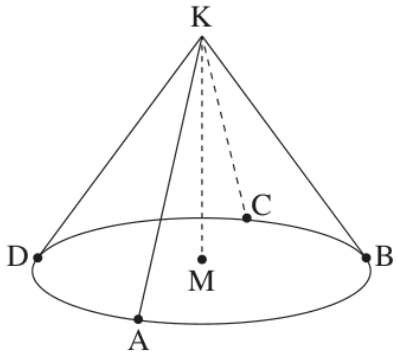
- 4 מוטות לבניית ריבוע הבסיס $ABCD$, אורך כל מוט הוא 2 מטר.
- 4 מוטות לבניית צורת האוהל: SA, SB, SC, SD,
  אורך כל מוט הוא 2.6 מטר.
- מוט אחד מרכזי SO (גובה הפירמידה), לייצוב האוהל.
- 4 יריעות בד משולשות לפאות הצדדיות.

א. **(1)** מצאו את הגובה של יריעת בד של פאה צדדית של הפירמידה (SE).

(2) מצאו את השטח הכולל של 4 יריעות הבד.

(3) מצאו את גובה האוהל SO (השאירו בתשובתכם שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית).

בכל תיק לאוהל בצורת חרוט נארזים:



- חישוק עגול אחד לבסיס.
- 4 מוטות לבניית צורת האוהל (הקווים היוצרים של החרוט):
  KA, KB, KC, KD, אורך כל מוט 2 מטר.
- מוט אחד מרכזי KM (גובה החרוט) לייצוב האוהל, אורך המוט 1.6 מטר.
- יריעת בד למעטפת של החרוט (ללא הבסיס).

ב. **(1)** מצאו את אורך רדיוס הבסיס של האוהל.

(2) מצאו את השטח של יריעת בד המעטפת.

מיכל רוצה לקנות את האוהל הגבוה ביותר שמוכרים בחנות זו.

ג. איזה סוג אוהל תקנה מיכל? הסבירו את תשובתכם.

פתרון מלא

סעיף א (1)

הפאה הצדדית SBC היא משולש שווה שוקיים ($SB = SC = 2.6$). SE הוא הגובה לבסיס BC, ולכן הוא גם תיכון: E היא אמצע BC.

$$BE = \frac{BC}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

במשולש ישר הזווית SEB (הזווית הישרה ב־E), לפי משפט פיתגורס:

$$SE^2 = SB^2 - BE^2 = 2.6^2 - 1^2$$

$$= 6.76 - 1 = 5.76$$

$$SE = \sqrt{5.76} = 2.4$$

תשובה: $SE = 2.4$ **מטר.**

סעיף א (2)

שטח פאה צדדית אחת (משולש שבסיסו $BC = 2$ וגובהו $SE = 2.4$):

$$S_{\triangle SBC} = \frac{BC \cdot SE}{2} = \frac{2 \cdot 2.4}{2} = 2.4$$

לפירמידה 4 פאות צדדיות זהות:

$$M = 4 \cdot 2.4 = 9.6$$

תשובה: 9.6 מ״ר.

סעיף א (3)

O הוא מרכז ריבוע הבסיס, ו־E אמצע הצלע BC. לכן OE שווה לחצי צלע הבסיס:

$$OE = \frac{2}{2} = 1$$

SO הוא גובה הפירמידה, ולכן $SO \perp OE$. במשולש ישר הזווית SOE (הזווית הישרה ב־O), לפי משפט פיתגורס:

$$SO^2 = SE^2 - OE^2 = 2.4^2 - 1^2$$

$$= 5.76 - 1 = 4.76$$

$$SO = \sqrt{4.76} \approx 2.18$$

תשובה: $SO \approx 2.18$ **מטר.**

סעיף ב (1)

בחרוט ישר, הגובה KM, רדיוס הבסיס MA והקו היוצר KA יוצרים משולש ישר זווית (הזווית הישרה ב־M) שהיתר שלו הוא הקו היוצר. לפי משפט פיתגורס:

$$R^2 = \ell^2 - h^2 = 2^2 - 1.6^2$$

$$= 4 - 2.56 = 1.44$$

$$R = \sqrt{1.44} = 1.2$$

תשובה: $R = 1.2$ **מטר.**

סעיף ב (2)

שטח המעטפת של חרוט (נוסחאון): $M = \pi \cdot R \cdot \ell$.

$$M = \pi \cdot 1.2 \cdot 2 = 2.4\pi \approx 7.54$$

תשובה: $2.4\pi \approx 7.54$ **מ״ר.**

סעיף ג

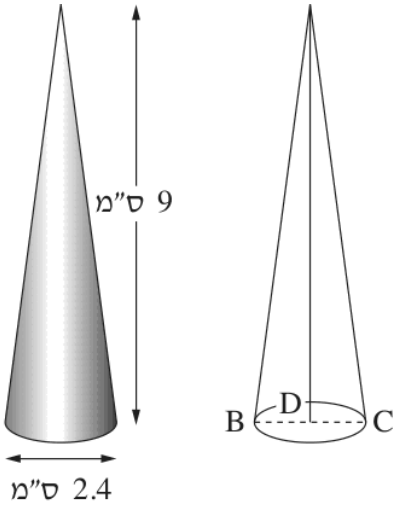
נשווה את הגבהים של שני האוהלים:

- גובה הפירמידה (סעיף א (3)): $SO \approx 2.18$ מטר.
- גובה החרוט (נתון): $KM = 1.6$ מטר.

$2.18 > 1.6$, ולכן האוהל הגבוה ביותר הוא האוהל בצורת פירמידה, ואותו מיכל תקנה.

תשובה: אוהל בצורת פירמידה (גובהו כ־2.18 מ׳, וגובה החרוט 1.6 מ׳).

בגרות קיץ תשפ"ב (2022) – מועד א' • שאלה 4



4. במאפייה משתמשים בתבנית מתכת בצורה של חרוט,
כדי להכין חרוטי בצק חלולים.
קוטר הבסיס של חרוט המתכת (BC) הוא 2.4 ס"מ,
וגובה החרוט (AD) הוא 9 ס"מ (ראו סרטוט).

א. **(1)** מִצאו את האורך של הקו היוצר של החרוט (AC).

(2) מהו שטח המעטפת של החרוט?

כדי להכין את חרוט הבצק עוטפים את תבנית המתכת בבצק.
לאחר האפייה מחלצים את תבנית המתכת מן הבצק האפוי
וממלאים את הבצק האפוי בקרם.

ב. מהו נפח הקרם הדרוש למילוי חרוט בצק אחד?

בעל המאפייה קנה תבנית מתכת חדשה בצורה של חרוט. קוטר הבסיס של התבנית החדשה גדול ב־ 10% מן הקוטר של בסיס התבנית שהייתה לו, וגובה התבנית החדשה קטן ב־ 10% מגובה התבנית שהייתה לו.

ג. **(1)** חַשבו את קוטר הבסיס של תבנית החרוט החדשה.

(2) חַשבו את הגובה של תבנית החרוט החדשה.

ד. מרים, לקוחה קבועה, טוענת שהנפח של המאפה העשוי בתבנית החדשה גדול יותר מנפחו של המאפה המקורי.
האם מרים צודקת? נַמקו.

פתרון מלא

סעיף א (1)

רדיוס הבסיס הוא חצי מהקוטר: $R = \frac{2.4}{2} = 1.2$ ס"מ. המשולש ADC ישר זווית ב־D (הגובה מאונך לבסיס), והקו היוצר AC הוא היתר:

$$AC^2 = AD^2 + DC^2$$
$$= 9^2 + 1.2^2$$
$$= 81 + 1.44 = 82.44$$
$$AC = \sqrt{82.44} \approx 9.08$$

תשובה: $\ell \approx 9.08$ **ס"מ.**

סעיף א (2)

שטח מעטפת של חרוט: $M = \pi \cdot R \cdot \ell$

$$M = \pi \cdot 1.2 \cdot \sqrt{82.44}$$
$$\approx 10.9\pi \approx 34.2$$

תשובה: $M \approx 34.2$ **סמ"ר.**

סעיף ב

הקרם ממלא חרוט בגודל של תבנית המתכת. נפח חרוט: $V = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot h}{3}$

$$V = \frac{\pi \cdot 1.2^2 \cdot 9}{3}$$
$$= \frac{12.96\pi}{3}$$
$$= 4.32\pi \approx 13.57$$

תשובה: $4.32\pi \approx 13.57$ **סמ"ק.**

סעיף ג (1)

גדול ב־10%: מכפילים ב־1.1.

$$2.4 \cdot 1.1 = 2.64$$

תשובה: 2.64 ס"מ.

סעיף ג (2)

קטן ב־10%: מכפילים ב־0.9.

$$9 \cdot 0.9 = 8.1$$

תשובה: 8.1 ס"מ.

סעיף ד

הרדיוס החדש: $R = \frac{2.64}{2} = 1.32$ ס"מ. הנפח החדש:

$$V = \frac{\pi \cdot 1.32^2 \cdot 8.1}{3}$$
$$= \frac{\pi \cdot 1.7424 \cdot 8.1}{3}$$
$$V \approx 4.70\pi \approx 14.78$$

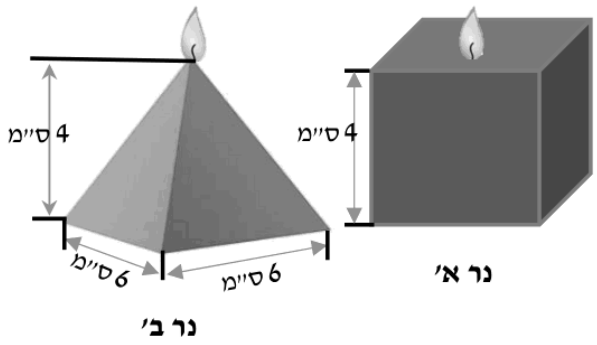
$14.78 > 13.57$, ולכן נפח המאפה החדש גדול יותר – מרים צודקת. (הגדלת הרדיוס משפיעה יותר, כי הוא מופיע בריבוע בנוסחת הנפח.)

תשובה: כן, מרים צודקת: $14.78 > 13.57$ **סמ"ק.**

בגרות חורף נבצרים תשפ״ב (2022) • שאלה 4

4. לנויה יש שני סוגים של תבניות להכנת נרות ריחניים:
תבנית לנר מסוג א׳ בצורת קובייה - גובה הנר 4 ס״מ,
ותבנית לנר מסוג ב׳ בצורת פירמידה שבסיסה ריבוע -
אורך מקצוע הבסיס 6 ס״מ וגובה הנר 4 ס״מ (ראה ציור).

נויה שופכת שעווה חמה נוזלית לתוך התבניות
עד שהן מתמלאות.



א. חשב את נפח השעווה הדרוש להכנת נר מסוג א׳.

ב. חשב את נפח השעווה הדרוש להכנת נר מסוג ב׳.

לכבוד יום המשפחה נויה מכינה מארזים. בכל מארז היא שמה נר אחד מסוג א׳ ונר אחד מסוג ב׳.
לנויה יש 590 סמ״ק שעווה חמה.

ג. (1) כמה מארזים יכולה נויה להכין?

(2) מהי כמות השעווה שנשארה לנויה לאחר הכנת המארזים?

ד. בשארית השעווה שנשארה הכינה נויה לעצמה נר קטן בתבנית פירמידה קטנה שמצאה.
בסיס הפירמידה הוא ריבוע. גובה הנר 3.6 ס״מ.
מהו האורך של צלע הבסיס של הנר הקטן?

פתרון מלא

סעיף א

נפח קובייה: $V = a^3$

$$V = 4^3 = 64$$

תשובה: 64 סמ״ק.

סעיף ב

נפח פירמידה: $V = \frac{S \cdot h}{3}$, ושטח הבסיס הריבועי $S = 6^2 = 36$:

$$V = \frac{36 \cdot 4}{3} = 48$$

תשובה: 48 סמ״ק.

סעיף ג (1)

במארז אחד: $64 + 48 = 112$ סמ״ק.

$$\frac{590}{112} \approx 5.27$$

אפשר להכין רק מספר שלם של מארזים, ולכן 5.

תשובה: 5 מארזים.

סעיף ג (2)

מכינים 5 מארזים, וכל אחד דורש 112 סמ״ק. מה שנשאר מתוך 590 סמ״ק:

$$590 - 5 \cdot 112 = 590 - 560 = 30$$

תשובה: 30 סמ״ק.

סעיף ד

נפח הנר הקטן הוא 30 סמ"ק והגובה 3.6 ס"מ. נסמן ב־a את צלע הבסיס, כך ש־$S = a^2$:

$$\frac{a^2 \cdot 3.6}{3} = 30$$

$$1.2a^2 = 30$$

$$a^2 = 25$$

$$a = 5$$

(a אורך, ולכן חיובי.)

תשובה: 5 ס"מ.

בגרות חורף תשפ"ב (2022) • שאלה 4

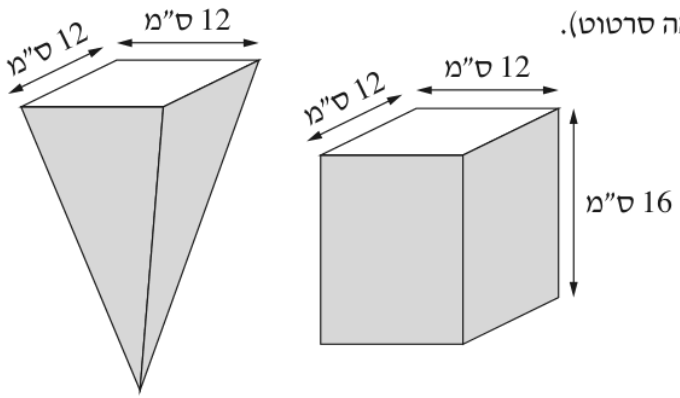
4. בבית ספר מסוים הוחלט לארגן לתלמידים יום גיבוש שבו יוקרן סרט ויחולק פופקורן.

בשיעור אומנות התבקשו התלמידים להכין שני סוגים של קופסאות לפופקורן:

סוג אחד בצורת תיבה וסוג אחר בצורת פירמידה.

לקופסאות משתי הצורות יש פתח זהה בצורת ריבוע (ראה סרטוט).

נתון: אורך צלע הריבוע הוא 12 ס"מ.



גובה הקופסה בצורת תיבה הוא 16 ס"מ.

א. חשב את נפח הקופסה בצורת תיבה.

הנפח של קופסה בצורת תיבה גדול פי שניים מן הנפח של קופסה בצורת פירמידה.

ב. **(1)** מהו נפח הקופסה בצורת פירמידה?

(2) מהו גובה הקופסה בצורת פירמידה?

התלמידים הכינו פופקורן וחילקו את כל הכמות לקופסאות משני הסוגים:

הם מילאו 45 קופסאות בצורת תיבה ואת שאר הפופקורן העבירו לקופסאות בצורת פירמידה.

הנפח הכולל של כל הקופסאות שהם מילאו היה 144,000 סמ"ק.

ג. כמה קופסאות בצורת פירמידה הם מילאו?

פתרון מלא

סעיף א

נפח תיבה (נוסחאון): $V = a \cdot b \cdot h$, עם בסיס ריבועי 12×12 וגובה 16:

$$V = 12 \cdot 12 \cdot 16 = 2304$$

תשובה: 2304 סמ"ק.

סעיף ב (1)

נתון שנפח התיבה גדול פי 2 מנפח הפירמידה. נסמן ב־V_P את נפח הפירמידה:

$$V_P = \frac{2304}{2} = 1152$$

תשובה: 1152 סמ"ק.

סעיף ב (2)

נפח פירמידה: $V = \frac{S \cdot h}{3}$, ושטח הבסיס הריבועי $S = 12 \cdot 12 = 144$:

$$\frac{144 \cdot h}{3} = 1152$$

$$48h = 1152$$

$$h = 24$$

תשובה: 24 ס"מ.

סעיף ג

הנפח של 45 קופסאות התיבה:

$$45 \cdot 2304 = 103{,}680$$

הנפח שנשאר לקופסאות הפירמידה:

$$144{,}000 - 103{,}680 = 40{,}320$$

מספר קופסאות הפירמידה:

$$\frac{40{,}320}{1152} = 35$$

תשובה: 35 קופסאות בצורת פירמידה.

הפתרונות נכתבו בעזרת בינה מלאכותית ונבדקו, אך ייתכנו טעויות – ללא אחריות. מומלץ להשוות לפתרון הרשמי.