גדילה ודעיכה – כל השאלות עם פתרונות מלאים

הכנה לבגרות במתמטיקה – 3 יחידות, כיתה י״א (שאלון 371) • 16 שאלות

בגרות קיץ תשפ״ו (2026) – מועד ב׳ • שאלה 5

5. בתחילת שנת 2020 הפקידה ניצן בתוכנית חיסכון $28,500$ שקלים.

סכום הכסף בתוכנית החיסכון גדל בכל שנה ב־ 4% .

א. מצאו כמה שקלים היו בתוכנית החיסכון בתחילת שנת 2026 .

ב. מצאו בתחילת איזו שנה היו בתוכנית החיסכון $33,341$ שקלים.

ניצן רוצה לקנות מכונית. מחיר מכונית זו קטן בכל שנה באחוז קבוע.

בתחילת שנת 2023 היה המחיר של המכונית $40,000$ שקלים.

בתחילת שנת 2025 היה המחיר של המכונית $38,416$ שקלים.

ג. מצאו בכמה אחוזים קטן המחיר של המכונית בכל שנה.

ד. האם בתחילת שנת 2026 סכום הכסף שהיה לניצן בתוכנית החיסכון הספיק לקניית המכונית?

נמקו את תשובתכם.

פתרון מלא

סעיף א

זו גדילה בקצב קבוע. לפי הנוסחה מהנוסחאון:

$$A_t = A_0 \cdot q^t$$

הסכום ההתחלתי $A_0 = 28,500$, הגדילה 4% בשנה, ולכן:

$$q = \frac{100 + 4}{100} = 1.04$$

מתחילת 2020 עד תחילת 2026 עברו 6 שנים ($t = 6$):

$$A_6 = 28,500 \cdot 1.04^6$$
$$\approx 36,061.59$$

תשובה: כ־36,061.59 שקלים

סעיף ב

הסכום בתוכנית החיסכון t שנים אחרי תחילת 2020:

$$A_t = 28,500 \cdot 1.04^t$$

נחפש את t שעבורו $A_t = 33,341$.

נמצא את t בדרך של ניסוי וטעייה: נציב בנוסחה כמה ערכים של t ונרשום כל חישוב.

t	הצבה בנוסחה	A_t
2	$28,500 \cdot 1.04^2$	$\approx 30,825.60$
3	$28,500 \cdot 1.04^3$	$\approx 32,058.62$

$$28{,}500 \cdot 1.04^4 \approx 33{,}340.97$$

עבור $t = 4$ מתקבל בקירוב 33,341 שקלים.

מסקנה: 4 שנים אחרי תחילת 2020 – בתחילת שנת 2024.

שימו לב: לפי תוכנית הלימודים של משרד החינוך, את t מוצאים בניסוי וטעייה עם פירוט החישוב – מציבים כמה ערכים של t ורושמים כל תוצאה. תשובה בלי פירוט ההצבות עלולה להיחשב ניחוש.

תשובה: בתחילת שנת 2024

סעיף ג

זו דעיכה בקצב קבוע. מתחילת 2023 עד תחילת 2025 עברו שנתיים:

$$40{,}000 \cdot q^2 = 38{,}416$$

$$q^2 = \frac{38{,}416}{40{,}000}$$

$$= 0.9604$$

$$q = \sqrt{0.9604} = 0.98$$

מכיוון ש־$q = \frac{100-p}{100}$:

$$\frac{100 - p}{100} = 0.98$$

$$\Rightarrow \; p = 2$$

מחיר המכונית קטן ב־2% בכל שנה.

תשובה: ב־2% בכל שנה

סעיף ד

מחיר המכונית בתחילת 2026 (שנה אחרי 2025):

$$38{,}416 \cdot 0.98 = 37{,}647.68$$

בתוכנית החיסכון היו בתחילת 2026 (סעיף א) כ־36,061.59 שקלים.

$$36{,}061.59 < 37{,}647.68$$

לכן הסכום לא הספיק לקניית המכונית (חסרים כ־1,586 שקלים).

תשובה: לא – חסרים כ־1,586 שקלים

בגרות קיץ תשפ״ו (2026) – מועד א׳ • שאלה 1

1. באי טרופי מסוים מספר התוכים הירוקים גדֵל בכל שנה ב־ 8% .

לפניכם גרף המתאר את מספר התוכים הירוקים באי לפי השנה, מתחילת שנת 2010 .



א. **(1)** כמה תוכים ירוקים היו באי בתחילת שנת 2010 ?

(2) כמה תוכים ירוקים היו באי בתחילת שנת 2013 ?

ב. בתחילת איזו שנה היו 29,387 תוכים ירוקים באי?

באי יש גם תוכים כחולים. מספר התוכים הכחולים באי גדֵל בכל שנה באחוז קבוע.

בתחילת שנת 2010 היה מספר התוכים הכחולים באי שווה למספר התוכים הירוקים באי.

ג. בטבלה שלפניכם מוצג מספר התוכים הכחולים בתחילת שנת 2012 .

השנה	2010	2011	2012	2013
מספר התוכים הכחולים			21,632	

(1) מצאו בכמה אחוזים גדל מספר התוכים הכחולים באי בכל שנה.

(2) השלימו את הערכים החסרים בטבלה.

פתרון מלא

סעיף א (1)

לפי הגרף, בתחילת שנת 2010 (נקודת ההתחלה של הגרף, על הציר האנכי) מספר התוכים הירוקים הוא 20,000.

תשובה: 20,000 תוכים ירוקים.

סעיף א (2)

מספר התוכים גדל בכל שנה ב־8%, ולכן זו גדילה מעריכית:

$$A_t = A_0 \cdot q^t$$

גורם הגדילה:

$$q = \frac{100 + 8}{100} = 1.08$$

מתחילת 2010 עד תחילת 2013 עברו 3 שנים, ולכן $t = 3$:

$$A_3 = 20{,}000 \cdot 1.08^3$$
$$= 25{,}194.24 \approx 25{,}194$$

תשובה: בערך 25,194 תוכים ירוקים.

סעיף ב

מספר התוכים הירוקים t שנים אחרי תחילת 2010:

$$A_t = 20{,}000 \cdot 1.08^t$$

נחפש את t שעבורו $A_t = 29{,}387$.

נמצא את t בדרך של ניסוי וטעייה: נציב בנוסחה כמה ערכים של t ונרשום כל חישוב.

(ממשיכים מסעיף א, שבו חישבנו $t = 3$.)

t	הצבה בנוסחה	A_t
3	$20{,}000 \cdot 1.08^3$	$\approx 25{,}194$
4	$20{,}000 \cdot 1.08^4$	$\approx 27{,}210$
5	$20{,}000 \cdot 1.08^5$	$\approx 29{,}387$

עבור $t = 5$ מתקבל בקירוב 29,387 ($20{,}000 \cdot 1.08^5 \approx 29{,}386.6$).

מסקנה: $t = 5$ – חמש שנים אחרי תחילת 2010, כלומר בתחילת שנת 2015.

שימו לב: לפי תוכנית הלימודים של משרד החינוך, את t מוצאים בניסוי וטעייה עם פירוט החישוב – מציבים כמה ערכים של t ורושמים כל תוצאה. תשובה בלי פירוט ההצבות עלולה להיחשב ניחוש.

תשובה: בתחילת שנת 2015.

סעיף ג (1)

בתחילת 2010 מספר התוכים הכחולים שווה למספר הירוקים, כלומר $A_0 = 20{,}000$. מתחילת 2010 עד תחילת 2012 עברו 2 שנים:

$$20{,}000 \cdot q^2 = 21{,}632$$
$$q^2 = \frac{21{,}632}{20{,}000}$$
$$= 1.0816$$
$$q = \sqrt{1.0816} = 1.04$$

(גורם גדילה חיובי, ולכן לוקחים רק את השורש החיובי.)

$$\frac{100 + p}{100} = 1.04 \Rightarrow p = 4$$

תשובה: מספר התוכים הכחולים גדל ב־4% בכל שנה.

סעיף ג (2)

$A_0 = 20{,}000$ ו־$q = 1.04$:

$$2010: \ A_0 = 20{,}000$$
$$2011: \ A_1 = 20{,}000 \cdot 1.04 = 20{,}800$$
$$2012: \ A_2 = 20{,}800 \cdot 1.04 = 21{,}632$$
$$2013: \ A_3 = 21{,}632 \cdot 1.04 \approx 22{,}497$$

השנה	2010	2011	2012	2013
מספר התוכים הכחולים	20,000	20,800	21,632	22,497

תשובה: 2010: 20,000; 2011: 20,800; 2013: בערך 22,497.

בגרות חורף תשפ״ו (2026) • שאלה 5

5. מחיר הדירה של יותם עולה ב־ 5% בכל שנה.

בתחילת שנת 2017 היה מחיר הדירה של יותם $600{,}000$ שקלים.

א. מצאו מה היה מחיר הדירה של יותם בתחילת שנת 2023 .

ב. מצאו בתחילת איזו שנה היה מחיר הדירה של יותם $661{,}500$ שקלים.

מחיר הדירה של נועה יורד בכל שנה באחוז קבוע.

בתחילת שנת 2020 היה מחיר הדירה של נועה $450{,}000$ שקלים,

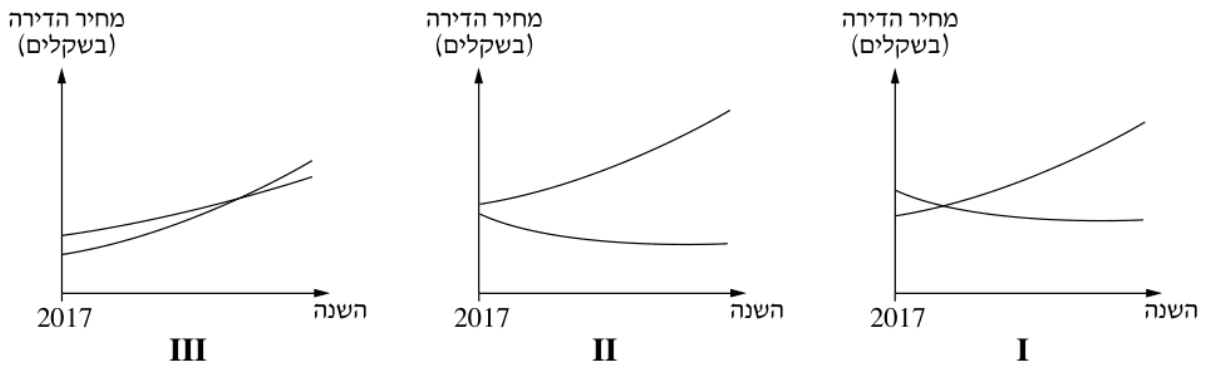
ובתחילת שנת 2023 היה מחיר הדירה שלה $423{,}540$ שקלים.

ג. **(1)** מצאו בכמה אחוזים ירד מחיר הדירה של נועה בכל שנה.

(2) מצאו מה היה מחיר הדירה של נועה בתחילת שנת 2017 .

לפניכם שלושה סרטוטים $\text{I}-\text{III}$.

ד. קבעו איזה מן הסרטוטים מתאר את מחיר הדירה של יותם ואת מחיר הדירה של נועה מתחילת שנת 2017 ואילך. נמקו את קביעתכם.



פתרון מלא

סעיף א

זו גדילה בקצב קבוע: $A_t = A_0 \cdot q^t$.

$A_0 = 600{,}000$ (תחילת 2017), עלייה של 5% בכל שנה:

$$q = \frac{100 + 5}{100} = 1.05$$

מתחילת 2017 עד תחילת 2023 עברו $t = 6$ שנים:

$$A_6 = 600{,}000 \cdot 1.05^6$$
$$\approx 804{,}057.4$$

תשובה: בערך $804{,}057$ שקלים

סעיף ב

מחיר הדירה של יותם t שנים אחרי תחילת 2017:

$$A_t = 600{,}000 \cdot 1.05^t$$

נחפש את t שעבורו $A_t = 661{,}500$.

נמצא את t בדרך של ניסוי וטעייה: נציב בנוסחה כמה ערכים של t ונרשום כל חישוב.

t	הצבה בנוסחה	A_t
1	$600{,}000 \cdot 1.05^1$	630,000
2	$600{,}000 \cdot 1.05^2$	661,500
3	$600{,}000 \cdot 1.05^3$	694,575

עבור $t = 2$ מתקבל בדיוק 661,500 שקלים.

מסקנה: שנתיים אחרי תחילת 2017 – בתחילת שנת 2019.

שימו לב: לפי תוכנית הלימודים של משרד החינוך, את t מוצאים בניסוי וטעייה עם פירוט החישוב – מציבים כמה ערכים של t ורושמים כל תוצאה. תשובה בלי פירוט ההצבות עלולה להיחשב ניחוש.

תשובה: בתחילת שנת 2019

סעיף ג (1)

המחיר של נועה יורד בכל שנה באחוז קבוע, כלומר $A_t = A_0 \cdot q^t$ עם $q < 1$.

נמדוד מתחילת 2020: $A_0 = 450{,}000$, ועד תחילת 2023 עברו $t = 3$ שנים:

$$450{,}000 \cdot q^3 = 423{,}540 \quad / : 450{,}000$$

$$q^3 = 0.9412$$

$$q = \sqrt[3]{0.9412} = 0.98$$

לפי $q = \frac{100-p}{100}$:

$$\frac{100-p}{100} = 0.98$$

$$100 - p = 98 \Rightarrow p = 2$$

תשובה: ב־2% בכל שנה

סעיף ג (2)

תחילת 2017 היא 3 שנים **לפני** תחילת 2020. נסמן ב־A_0 את המחיר בתחילת 2017. אחרי 3 שנים המחיר הוא 450,000:

$$A_0 \cdot 0.98^3 = 450{,}000$$

$$A_0 = \frac{450{,}000}{0.98^3}$$

$$= \frac{450{,}000}{0.941192}$$

$$\approx 478{,}117$$

שימו לב: במפתח של משרד החינוך מופיע 478,113 שקלים – זו התוצאה של חלוקה ב־0.9412 (הערך המעוגל של q^3 מסעיף ג (1)): $\frac{450{,}000}{0.9412} \approx 478{,}113$. עם $0.98^3 = 0.941192$ המדויק מתקבל 478,117. שתי התשובות נכונות; ההבדל נובע רק מעיגול.

תשובה: בערך $478{,}117$ שקלים (במפתח: 478,113 – הבדל עיגול)

סעיף ד

נשווה את שני המחירים בתחילת 2017:

- יותם: 600,000 שקלים, והמחיר **עולה** בכל שנה.
- נועה: בערך 478,117 שקלים, והמחיר **יורד** בכל שנה.

לכן דרוש סרטוט שבו בשנת 2017 הגרף העולה (יותם) נמצא **מעל** הגרף היורד (נועה), ואחר כך הגרפים מתרחקים זה מזה.

- בסרטוט III שני הגרפים עולים – לא מתאים.
- בסרטוט I בשנת 2017 הגרף היורד נמצא מעל הגרף העולה – לא מתאים.
- בסרטוט II בשנת 2017 הגרף העולה נמצא מעל הגרף היורד – מתאים.

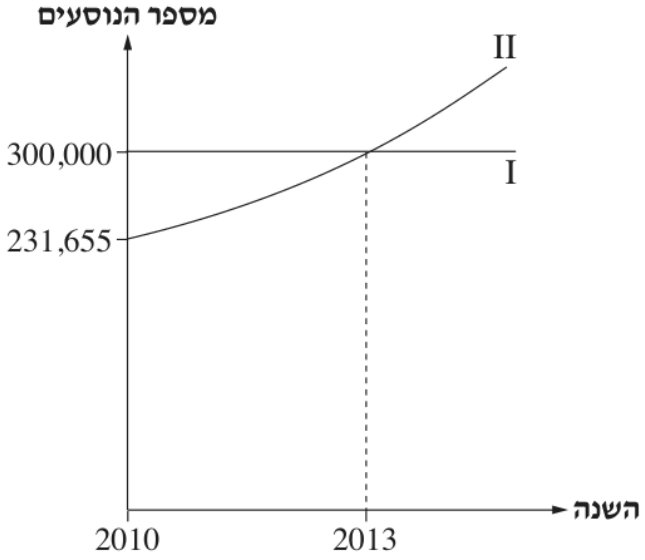
תשובה: סרטוט II: בשנת 2017 מחיר הדירה של יותם (העולה) גבוה ממחיר הדירה של נועה (היורד).

בגרות קיץ תשפ״ה (2025) – מועד ב׳ • שאלה 1

1. בנמל תעופה יש שתי אפשרויות לבדוק את הדרכונים של הנוסעים – באמצעות עמדה ממוחשבת או באמצעות עובדי הביטחון.

נמצא כי בשנים 2010–2016 מספר הנוסעים שדרכונם נבדק באמצעות עמדה ממוחשבת גדל באחוז קבוע בכל שנה, ומספר הנוסעים שדרכונם נבדק באמצעות עובדי הביטחון לא השתנה.

לפניכם שני גרפים I–II שכל אחד מהם מתאר את מספר הנוסעים שדרכונם נבדק בנמל התעופה באמצעות אחת מן האפשרויות, לפי השנה.



א. קבעו איזה מן הגרפים I–II מתאר את מספר הנוסעים שדרכונם נבדק באמצעות עמדה ממוחשבת.

בתחילת שנת 2013 מספר הנוסעים שדרכונם נבדק באמצעות עמדה ממוחשבת היה שווה למספר הנוסעים שדרכונם נבדק באמצעות עובדי הביטחון.

ב. **(1)** על פי הגרף, מהו מספר הנוסעים שדרכונם נבדק באמצעות עמדה ממוחשבת בתחילת שנת 2013?

(2) מצאו בכמה אחוזים גדל בכל שנה מספר הנוסעים שדרכונם נבדק באמצעות עמדה ממוחשבת.

ג. מצאו את מספר הנוסעים שדרכונם נבדק באמצעות עמדה ממוחשבת בתחילת שנת 2016.

ד. מצאו כעבור כמה זמן מתחילת שנת 2013 היה מספר הנוסעים שדרכונם נבדק באמצעות עמדה ממוחשבת גדול ב־ 56,430 ממספר הנוסעים שדרכונם נבדק באמצעות עובדי הביטחון.

פתרון מלא

סעיף א

מספר הנוסעים שנבדקו בעמדה הממוחשבת גדל באחוז קבוע בכל שנה – זו גדילה מעריכית, והגרף שלה עולה בקו מעוקל.

מספר הנוסעים שנבדקו אצל עובדי הביטחון לא השתנה – זה קו ישר אופקי (גרף I).

לכן גרף II מתאר את מספר הנוסעים שנבדקו באמצעות עמדה ממוחשבת.

תשובה: גרף II

סעיף ב (1)

בתחילת 2013 שני הגרפים נפגשים, ולכן מספר הנוסעים בעמדה הממוחשבת שווה למספר שנבדק אצל עובדי הביטחון (גרף I, קבוע).

לפי הגרף זה 300,000 נוסעים.
תשובה: 300,000 נוסעים

סעיף ב (2)
לפי הנוסחה מהנוסחאון:

$$A_t = A_0 \cdot q^t$$

בתחילת 2010 (לפי הגרף) $A_0 = 231{,}655$. מ־2010 עד 2013 עברו 3 שנים, ו־$A_3 = 300{,}000$:

$$231{,}655 \cdot q^3 = 300{,}000$$
$$q^3 = \frac{300{,}000}{231{,}655}$$
$$\approx 1.29503$$
$$q = \sqrt[3]{1.29503}$$
$$\approx 1.09$$

מכיוון ש־$q = \frac{100+p}{100}$:

$$\frac{100+p}{100} = 1.09$$
$$p = 9$$

מספר הנוסעים שנבדקו בעמדה הממוחשבת גדל ב־9% בכל שנה.
תשובה: ב־9% בכל שנה

סעיף ג
מתחילת 2013 עד תחילת 2016 עברו 3 שנים. נחשב מ־2013 ($A_0 = 300{,}000$, $q = 1.09$):

$$A_3 = 300{,}000 \cdot 1.09^3$$
$$\approx 388{,}509$$

(אפשר גם מ־2010: $231{,}655 \cdot 1.09^6 \approx 388{,}509$.)
בתחילת 2016 נבדקו בעמדה הממוחשבת כ־388,509 נוסעים.
תשובה: כ־388,509 נוסעים

סעיף ד
אצל עובדי הביטחון נבדקים תמיד 300,000 נוסעים. נחפש מתי בעמדה הממוחשבת נבדקים:

$$300{,}000 + 56{,}430$$
$$= 356{,}430$$

מספר הנוסעים שנבדקים בעמדה הממוחשבת t שנים אחרי תחילת 2013:

$$A_t = 300{,}000 \cdot 1.09^t$$

נחפש את t שעבורו $A_t = 356{,}430$.
נמצא את t בדרך של ניסוי וטעייה: נציב בנוסחה כמה ערכים של t ונרשום כל חישוב.

t	הצבה בנוסחה	A_t
1	$300{,}000 \cdot 1.09^1$	$327{,}000$
2	$300{,}000 \cdot 1.09^2$	$356{,}430$
3	$300{,}000 \cdot 1.09^3$	$\approx 388{,}509$

עבור $t = 2$ מתקבל בדיוק 356,430.

מסקנה: כעבור שנתיים מתחילת 2013, כלומר בתחילת 2015.

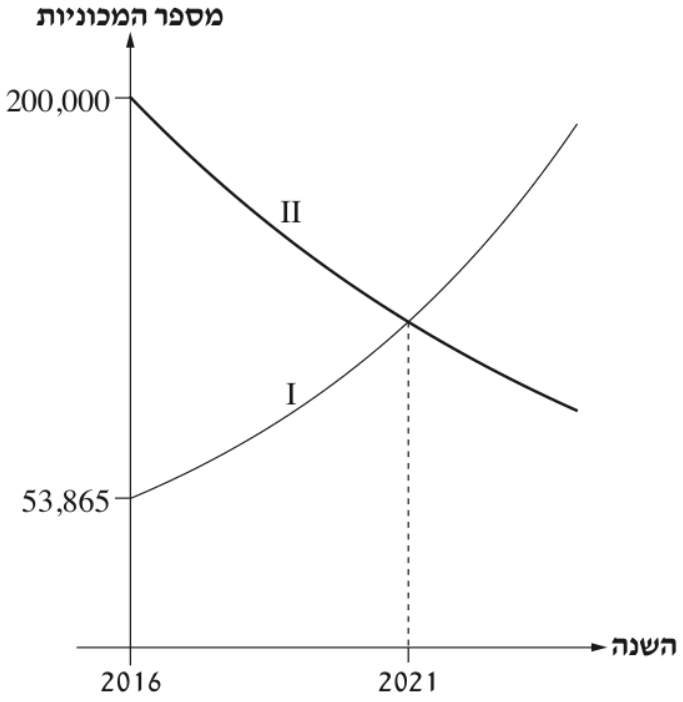
שימו לב: לפי תוכנית הלימודים של משרד החינוך, את t מוצאים בניסוי וטעייה עם פירוט החישוב – מציבים כמה ערכים של t ורושמים כל תוצאה. תשובה בלי פירוט ההצבות עלולה להיחשב ניחוש.

תשובה: כעבור שנתיים (בתחילת 2015)

בגרות קיץ תשפ״ה (2025) – מועד א׳ • שאלה 1

1. במדינה מסוימת מספר המכוניות החשמליות גדֵל בכל שנה באחוז קבוע, ומספר מכוניות הבנזין קטֵן בכל שנה באחוז קבוע.

הגרפים I–II שלפניכם מתארים את מספר המכוניות החשמליות ואת מספר מכוניות הבנזין במדינה זו לפי השנה, מתחילת שנת 2016 והלאה.



א. מבין שני הגרפים I–II, איזה גרף מתאר את מספר מכוניות הבנזין במדינה זו?

נתון כי מספר מכוניות הבנזין במדינה זו קטן ב־ 10% בכל שנה.

ב. מצאו מה היה מספר מכוניות הבנזין במדינה זו בתחילת שנת 2021.

בתחילת שנת 2021 היה מספר מכוניות הבנזין שווה למספר המכוניות החשמליות במדינה זו.

ג. מצאו בכמה אחוזים גדֵל מספר המכוניות החשמליות במדינה זו בכל שנה.

ד. מצאו בתחילת איזו שנה היו במדינה זו $86,271$ מכוניות חשמליות.

פתרון מלא

סעיף א

מספר מכוניות הבנזין **קטן** בכל שנה, ולכן הגרף שלו יורד. גרף II יורד (מ־200,000), וגרף I עולה.

תשובה: גרף II.

סעיף ב

לפי גרף II, בתחילת 2016 היו 200,000 מכוניות בנזין. דעיכה של 10% בשנה:

$$q = \frac{100 - 10}{100} = 0.9$$

מתחילת 2016 עד תחילת 2021 עברו 5 שנים:

$$A_5 = 200{,}000 \cdot 0.9^5$$

$$= 118{,}098$$

תשובה: 118,098 מכוניות בנזין.

סעיף ג

לפי גרף I, בתחילת 2016 היו 53,865 מכוניות חשמליות, ובתחילת 2021 מספרן שווה למספר מכוניות הבנזין – 118,098 (סעיף ב). עברו 5 שנים:

$$53{,}865 \cdot q^5 = 118{,}098$$

$$q^5 = \frac{118{,}098}{53{,}865}$$

$$\approx 2.1925$$

$$q = \sqrt[5]{2.1925} \approx 1.17$$

$$\frac{100+p}{100} = 1.17 \Rightarrow p = 17$$

תשובה: גדל ב־17% בכל שנה.

סעיף ד

מספר המכוניות החשמליות t שנים אחרי תחילת 2016 (גידול של 17% בכל שנה, סעיף ג):

$$A_t = 53{,}865 \cdot 1.17^t$$

נחפש את t שעבורו $A_t = 86{,}271$.

נמצא את t בדרך של ניסוי וטעייה: נציב בנוסחה כמה ערכים של t ונרשום כל חישוב.

t	הצבה בנוסחה	A_t
1	$53{,}865 \cdot 1.17^1$	$\approx 63{,}022$
2	$53{,}865 \cdot 1.17^2$	$\approx 73{,}736$
3	$53{,}865 \cdot 1.17^3$	$\approx 86{,}271$
4	$53{,}865 \cdot 1.17^4$	$\approx 100{,}937$

עבור $t = 3$ מתקבל בקירוב 86,271 ($53{,}865 \cdot 1.17^3 \approx 86{,}270.9$).

מסקנה: $t = 3$ – שלוש שנים אחרי תחילת 2016, כלומר בתחילת שנת 2019.

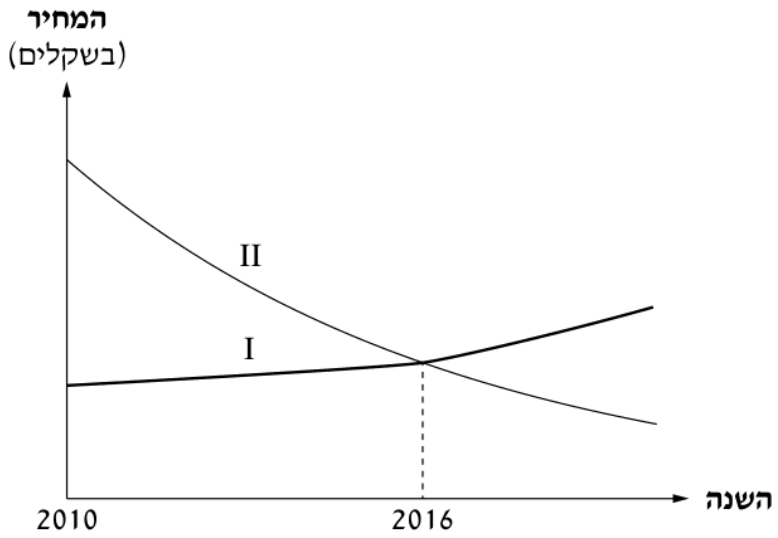
שימו לב: לפי תוכנית הלימודים של משרד החינוך, את t מוצאים בניסוי וטעייה עם פירוט החישוב – מציבים כמה ערכים של t ורושמים כל תוצאה. תשובה בלי פירוט ההצבות עלולה להיחשב ניחוש.

תשובה: בתחילת שנת 2019.

בגרות חורף תשפ״ה (2025) • שאלה 5

5. המחיר של מכונית אספנות גדֵל בכל שנה באחוז קבוע, והמחיר של מכונית משפחתית קטֵן בכל שנה באחוז קבוע.

הגרפים I–II שלפניכם מתארים את המחיר של כל אחת מן המכוניות, לפי השנה.



א. על פי הגרפים, האם בתחילת שנת 2010 היה המחיר של מכונית האספנות גבוה יותר מן המחיר של המכונית המשפחתית?

בתחילת שנת 2010 היה המחיר של מכונית האספנות $40{,}000$ שקלים,

ובתחילת שנת 2012 היה מחירה $42{,}436$ שקלים.

ב. **(1)** מצאו בכמה אחוזים גדל המחיר של מכונית האספנות בכל שנה.

(2) מצאו מה היה המחיר של מכונית האספנות בתחילת שנת 2016.

בתחילת שנת 2016 היה המחיר של שתי המכוניות זהה.

המחיר של המכונית המשפחתית קטֵן בכל שנה ב־ 15% .

מיכל חסכה כסף לקניית מכונית. בתחילת שנת 2017 היו לה $41{,}000$ שקלים.

ג. האם בתחילת שנה זו יכלה מיכל לקנות את המכונית המשפחתית? נמקו את תשובתכם.

פתרון מלא

סעיף א

המחיר של מכונית האספנות **גדל**, ולכן הגרף שלה הוא גרף I (העולה). המחיר של המכונית המשפחתית **קטן**, ולכן הגרף שלה הוא גרף II (היורד).

בשנת 2010 (על ציר ה־y) גרף II נמצא מעל גרף I, כלומר המחיר של המכונית המשפחתית היה גבוה יותר.

תשובה: לא – בתחילת 2010 המחיר של המכונית המשפחתית (גרף II) היה גבוה יותר.

סעיף ב (1)

$A_t = A_0 \cdot q^t$ עם $A_0 = 40{,}000$ (תחילת 2010). מתחילת 2010 עד תחילת 2012 עברו $t = 2$ שנים:

$$40{,}000 \cdot q^2 = 42{,}436 \quad / : 40{,}000$$

$$q^2 = 1.0609$$

$$q = \sqrt{1.0609} = 1.03$$

לפי $q = \frac{100+p}{100}$:

$$\frac{100+p}{100} = 1.03 \Rightarrow p = 3$$

תשובה: ב־3% בכל שנה

סעיף ב (2)

מתחילת 2010 עד תחילת 2016 עברו $t = 6$ שנים:

$$A_6 = 40{,}000 \cdot 1.03^6$$
$$\approx 47{,}762$$

תשובה: בערך $47{,}762$ שקלים

סעיף ג

בתחילת 2016 המחיר של המכונית המשפחתית שווה למחיר של מכונית האספנות, בערך 47,762 שקלים.
המחיר יורד ב־15% בכל שנה:

$$q = \frac{100-15}{100} = 0.85$$

בתחילת 2017 (שנה אחת אחר כך):

$$47{,}762 \cdot 0.85 \approx 40{,}598$$

$40{,}598 < 41{,}000$, ולכן למיכל יש מספיק כסף.

תשובה: כן – בתחילת 2017 המכונית המשפחתית עלתה בערך 40,598 שקלים, פחות מ־41,000 שקלים.

בגרות קיץ תשפ״ד (2024) – מועד ב׳ • שאלה 5

5. במפעל מסוים העובדים מקבלים תוספת של אחוז קבוע למשכורת שלהם, מדי שנה.

המשכורת של אסף בשנה הראשונה לעבודתו במפעל הייתה $9,500$ שקלים לחודש.

בכל שנה גדלה המשכורת של אסף ב־ 6% .

א. מצאו מה תהיה המשכורת של אסף כעבור 7 שנים.

ב. מצאו כעבור כמה שנים תהיה המשכורת של אסף $10,674.2$ שקלים.

המשכורת של עידו בשנה הראשונה לעבודתו במפעל הייתה $11,600$ שקלים.

שלוש שנים לאחר מכן המשכורת של עידו הייתה $12,311$ שקלים.

ג. מצאו בכמה אחוזים גדלה המשכורת של עידו בכל שנה.

אסף ועידו החלו לעבוד במפעל באותו היום.

ד. האם כעבור 7 שנים תהיה המשכורת של עידו גבוהה מן המשכורת של אסף? נמקו את תשובתכם.

פתרון מלא

סעיף א

המשכורת גדלה כל שנה באותו אחוז, ולכן זו גדילה מעריכית:

$$A_t = A_0 \cdot q^t$$
$$q = \frac{100+6}{100} = 1.06$$
$$A_7 = 9{,}500 \cdot 1.06^7$$
$$\approx 14{,}284.5$$

תשובה: בערך 14,284.5 שקלים.

סעיף ב

המשכורת של אסף כעבור t שנים:

$$A_t = 9{,}500 \cdot 1.06^t$$

נחפש את t שעבורו $A_t = 10{,}674.2$.

נמצא את t בדרך של ניסוי וטעייה: נציב בנוסחה כמה ערכים של t ונרשום כל חישוב.

t	הצבה בנוסחה	A_t
1	$9{,}500 \cdot 1.06^1$	$10{,}070$
2	$9{,}500 \cdot 1.06^2$	$10{,}674.2$
3	$9{,}500 \cdot 1.06^3$	$\approx 11{,}314.65$

עבור $t = 2$ מתקבלת בדיוק המשכורת 10,674.2 שקלים (עבור $t = 1$ המשכורת קטנה יותר, ועבור $t = 3$ גדולה יותר).

מסקנה: המשכורת של אסף הייתה 10,674.2 שקלים כעבור שנתיים.

שימו לב: לפי תוכנית הלימודים של משרד החינוך, את t מוצאים בניסוי וטעייה עם פירוט החישוב – מציבים כמה ערכים של t ורושמים כל תוצאה. תשובה בלי פירוט ההצבות עלולה להיחשב ניחוש.

תשובה: כעבור שנתיים.

סעיף ג

$A_0 = 11,600$ ו־$A_3 = 12,311$:

$$11,600 \cdot q^3 = 12,311$$
$$q^3 = \frac{12,311}{11,600}$$
$$\approx 1.0613$$
$$q = \sqrt[3]{1.0613} \approx 1.02$$
$$\frac{100 + p}{100} = 1.02 \Rightarrow p = 2$$

תשובה: 2% בכל שנה.

סעיף ד

המשכורת של עידו כעבור 7 שנים:

$$A_7 = 11,600 \cdot 1.02^7$$
$$\approx 13,324.8$$

המשכורת של אסף כעבור 7 שנים (סעיף א): בערך 14,284.5 שקלים.

$$13,324.8 < 14,284.5$$

לכן המשכורת של עידו **לא** תהיה גבוהה מהמשכורת של אסף.
תשובה: לא. לעידו כ־13,324.8 שקלים, ולאסף כ־14,284.5 שקלים.

בגרות קיץ תשפ"ד (2024) – מועד א' • שאלה 1

1. מספר התושבים בעיר א' גדֵל בכל שנה ב־ 6% .

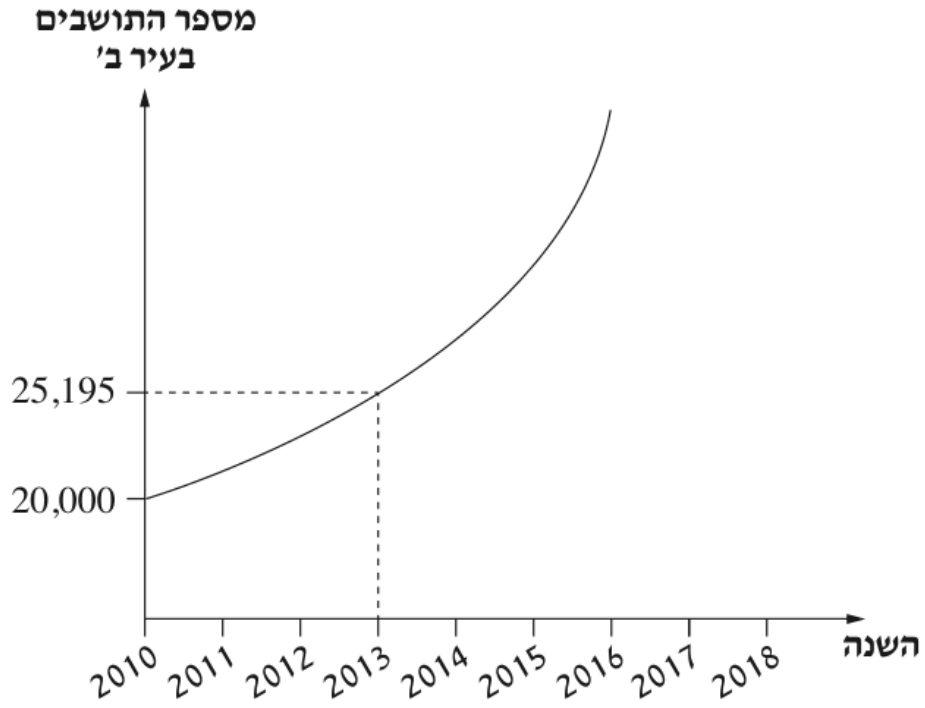
א. בתחילת שנת 2010 היו בעיר א' $24{,}000$ תושבים.

(1) כמה תושבים היו בעיר א' בתחילת שנת 2015?

(2) כמה תושבים היו בעיר א' בתחילת שנת 2008?

מספר התושבים בעיר ב' גדֵל בכל שנה באחוז קבוע.

לפניכם גרף המתאר את מספר התושבים בעיר ב', לפי שנים.



היעזרו בגרף, וענו על הסעיפים ב–ג.

ב. מה היה מספר התושבים בעיר ב' בתחילת שנת 2013?

ג. באיזו עיר, א' או ב', מספר התושבים גדֵל באחוז גדול יותר בכל שנה? נמקו את תשובתכם.

פתרון מלא

סעיף א (1)

$A_t = A_0 \cdot q^t$ עם $A_0 = 24{,}000$ (תחילת 2010). גידול של 6% בכל שנה:

$$q = \frac{100 + 6}{100} = 1.06$$

מתחילת 2010 עד תחילת 2015 עברו $t = 5$ שנים:

$$A_5 = 24{,}000 \cdot 1.06^5$$
$$\approx 32{,}117$$

תשובה: בערך $32{,}117$ תושבים

סעיף א (2)

תחילת 2008 היא שנתיים **לפני** תחילת 2010. נסמן ב־A_0 את מספר התושבים בתחילת 2008. אחרי שנתיים מספר התושבים הוא 24,000:

$$A_0 \cdot 1.06^2 = 24{,}000$$
$$A_0 = \frac{24{,}000}{1.06^2}$$
$$= \frac{24{,}000}{1.1236}$$
$$\approx 21{,}360$$

תשובה: בערך $21{,}360$ תושבים

סעיף ב

קוראים מהגרף: מעל השנה 2013 הקו המקווקו מגיע לערך 25,195 על ציר מספר התושבים.

תשובה: $25{,}195$ תושבים

סעיף ג

לפי הגרף, בעיר ב' היו 20,000 תושבים בתחילת 2010 ו־25,195 תושבים בתחילת 2013 ($t = 3$):

$$20{,}000 \cdot q^3 = 25{,}195 \quad / : 20{,}000$$
$$q^3 = 1.25975$$
$$q = \sqrt[3]{1.25975} = 1.08$$

כלומר בעיר ב' מספר התושבים גדל ב־8% בכל שנה, ובעיר א' ב־6% בכל שנה.

$8\% > 6\%$, ולכן בעיר ב' הגידול באחוז גדול יותר.

תשובה: בעיר ב' – שם הגידול הוא 8% בשנה, לעומת 6% בעיר א'.

בגרות חורף תשפ״ד (2024) • שאלה 1

1. ב**מפעל א׳** מייצרים חפיסות שוקולד. מספר חפיסות השוקולד שמייצרים במפעל א׳ גדֵל בכל שנה ב־ 4% .

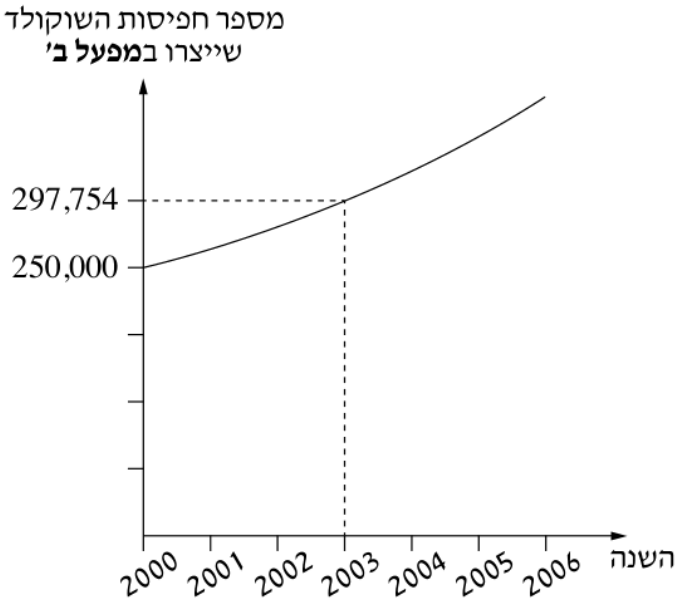
בשנת 2000 ייצרו במפעל א׳ $280{,}000$ חפיסות שוקולד.

א. כמה חפיסות שוקולד ייצרו במפעל א׳ בשנת 2006?

גם ב**מפעל ב׳** מייצרים חפיסות שוקולד. מספר חפיסות השוקולד שמייצרים במפעל ב׳ גדל באחוז קבוע בכל שנה.

לפניכם גרף המתאר את מספר חפיסות השוקולד שייצרו במפעל ב׳, לפי השנים.

היעזרו בגרף, וענו על הסעיפים ב–ד שאחריו.



ב. **(1)** כמה חפיסות שוקולד ייצרו במפעל ב׳ בשנת 2000?

(2) כמה חפיסות שוקולד ייצרו במפעל ב׳ בשנת 2003?

ג. בכמה אחוזים גדל בכל שנה מספר חפיסות השוקולד שייצרו במפעל ב׳?

ד. קבעו איזה מן המפעלים, א׳ או ב׳, ייצר יותר חפיסות שוקולד בשנת 2006. נמקו את קביעתכם.

פתרון מלא

סעיף א

מספר החפיסות גדל בכל שנה ב־4%, ולכן זו גדילה מעריכית:

$$A_t = A_0 \cdot q^t$$

$$q = \frac{100+4}{100} = 1.04$$

משנת 2000 עד שנת 2006 עברו 6 שנים:

$$A_6 = 280{,}000 \cdot 1.04^6$$

$$\approx 354{,}289$$

תשובה: בערך 354,289 חפיסות.

סעיף ב (1)

לפי הגרף, בשנת 2000 (תחילת הגרף, על הציר האנכי) יוצרו במפעל ב׳ 250,000 חפיסות.

תשובה: 250,000 חפיסות.

סעיף ב (2)

לפי הקו המקווקו בגרף, בשנת 2003 יוצרו במפעל ב׳ 297,754 חפיסות.

תשובה: 297,754 חפיסות.

סעיף ג

$A_0 = 250{,}000$, ומשנת 2000 עד 2003 עברו 3 שנים:

$$250{,}000 \cdot q^3 = 297{,}754$$

$$q^3 = \frac{297{,}754}{250{,}000}$$

$$\approx 1.191$$

$$q = \sqrt[3]{1.191} \approx 1.06$$

$$\frac{100 + p}{100} = 1.06 \Rightarrow p = 6$$

תשובה: 6% בכל שנה.

סעיף ד

מספר החפיסות במפעל ב׳ בשנת 2006 (6 שנים אחרי 2000):

$$A_6 = 250{,}000 \cdot 1.06^6$$

$$\approx 354{,}630$$

במפעל א׳ בשנת 2006 (סעיף א): בערך 354,289 חפיסות.

$$354{,}630 > 354{,}289$$

לכן מפעל ב׳ ייצר יותר חפיסות בשנת 2006.

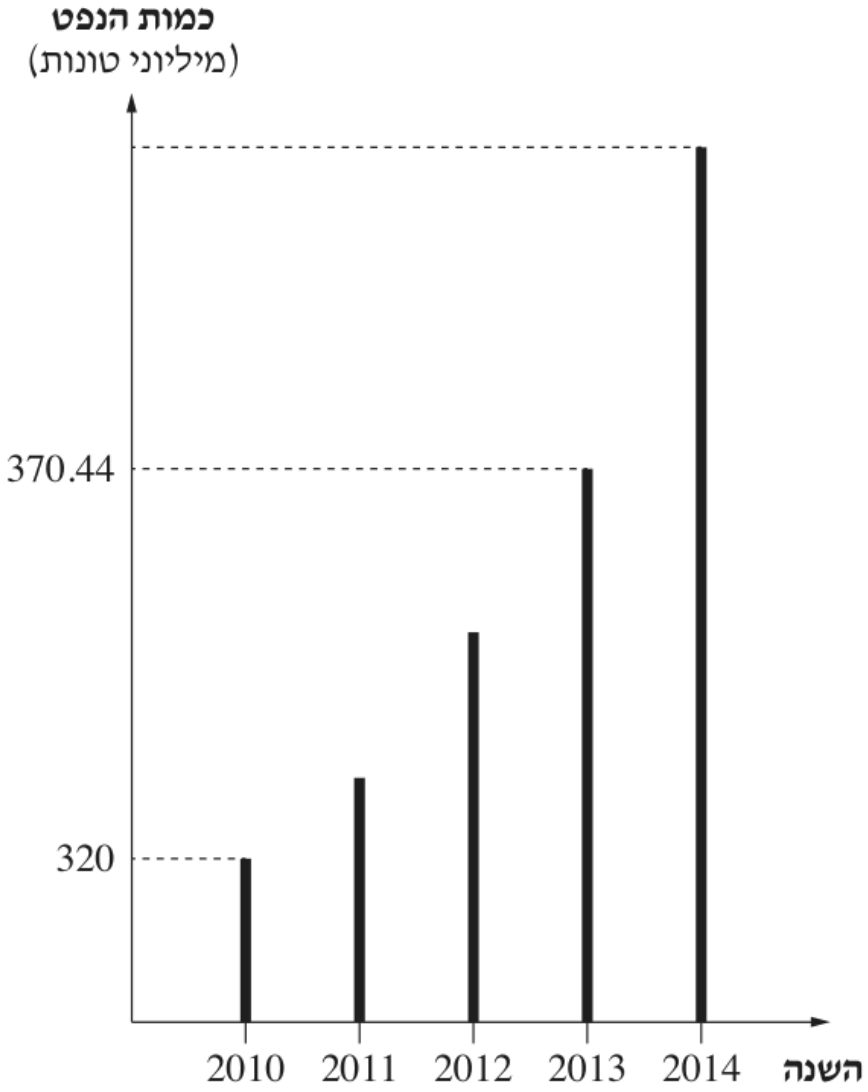
תשובה: מפעל ב׳ (כ־354,630 חפיסות, לעומת כ־354,289 במפעל א׳).

בגרות קיץ תשפ״ג (2023) – מועד ב׳ • שאלה 1

כמות הנפט שמפיקים במדינה מסוימת גדלה בכל שנה באחוז קבוע.

בדיאגרמה שלפניכם מוצגת כמות הנפט (במיליוני טונות) שהפיקו במדינה זו בשנים 2010–2014.

היעזרו בדיאגרמה, וענו על סעיפים א–ד.



א. **(1)** מהי כמות הנפט שהפיקו במדינה זו בשנת 2010?

(2) מהי כמות הנפט שהפיקו במדינה זו בשנת 2013?

ב. בכמה אחוזים גדלה כמות הנפט שמפיקים במדינה זו בכל שנה?

ג. מצאו את כמות הנפט שהפיקו במדינה זו בשנת 2014.

גם במדינה השכנה מפיקים נפט. כמות הנפט שמפיקים במדינה השכנה קטנה בכל שנה ב־ 8% .

בשנת 2014 הפיקו בשתי המדינות אותה כמות נפט.

ד. כמה נפט הפיקו במדינה השכנה בשנת 2017?

פתרון מלא

סעיף א (1)

קוראים מהדיאגרמה: העמודה של שנת 2010 מגיעה לגובה 320.

תשובה: 320 מיליוני טונות

סעיף א (2)

קוראים מהדיאגרמה: העמודה של שנת 2013 מגיעה לגובה 370.44.

תשובה: 370.44 מיליוני טונות

סעיף ב

כמות הנפט גדלה באחוז קבוע: $A_t = A_0 \cdot q^t$.

$A_0 = 320$ (שנת 2010), ובשנת 2013, אחרי $t = 3$ שנים, $A_3 = 370.44$:

$$320 \cdot q^3 = 370.44 \quad / : 320$$

$$q^3 = 1.157625$$

$$q = \sqrt[3]{1.157625}$$

$$= 1.05$$

לפי $q = \frac{100+p}{100}$:

$$\frac{100+p}{100} = 1.05$$

$$100 + p = 105 \Rightarrow p = 5$$

תשובה: ב־5% בכל שנה

סעיף ג

משנת 2010 עד שנת 2014 עברו $t = 4$ שנים:

$$A_4 = 320 \cdot 1.05^4$$

$$= 388.962$$

(אפשר גם משנת 2013: $370.44 \cdot 1.05 = 388.962$.)

תשובה: 388.962 מיליוני טונות

סעיף ד

בשנת 2014 הפיקו במדינה השכנה אותה כמות, 388.962 מיליוני טונות. הכמות קטנה ב־8% בכל שנה:

$$q = \frac{100-8}{100} = 0.92$$

משנת 2014 עד שנת 2017 עברו $t = 3$ שנים:

$$A_3 = 388.962 \cdot 0.92^3$$

$$\approx 302.88$$

תשובה: בערך 302.88 מיליוני טונות

בגרות קיץ תשפ״ג (2023) – מועד א׳ • שאלה 1

1. במאפיית "הלחמניא" אופים חלות ועוגות. לשם כך מכינים שני סוגי בצק:

בצק לחלות, ובצק לעוגות.

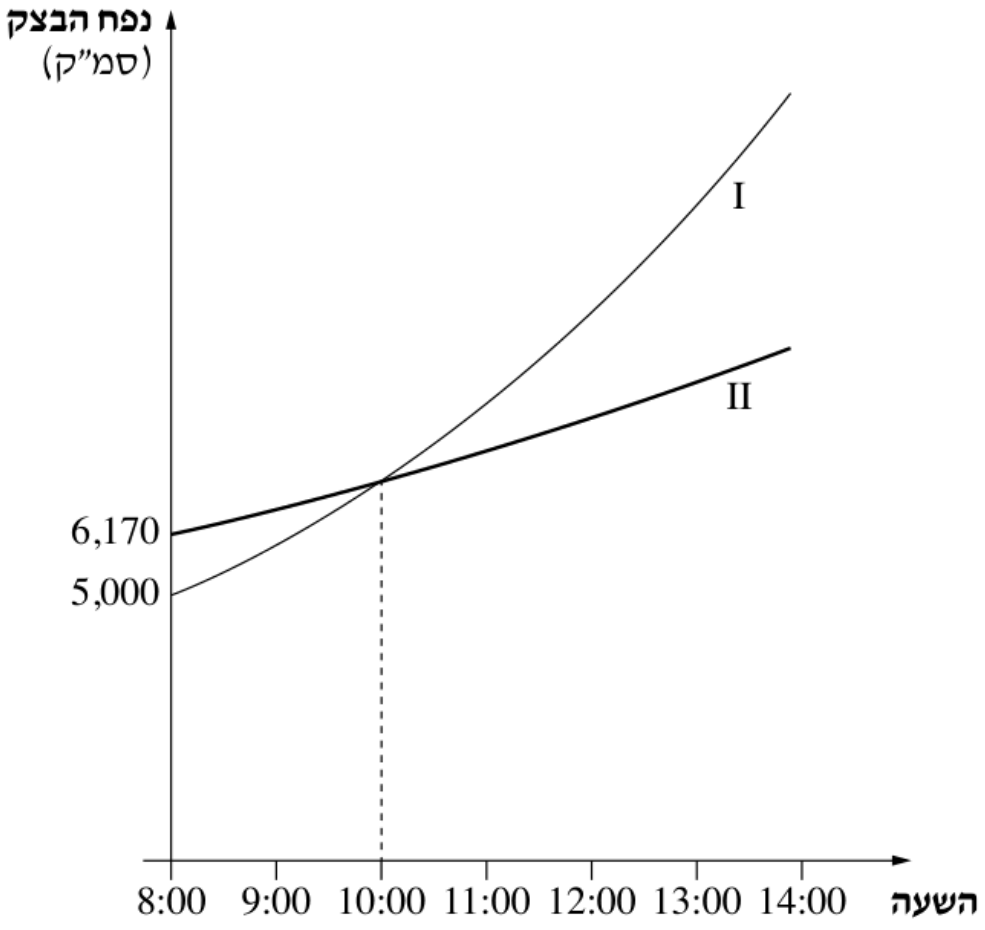
הנפח של שני סוגי הבצק גדֵל בצורה מעריכית.

תהליך התפיחה של שני סוגי הבצק החל בשעה 8:00 .

בשעה זו היה נפח הבצק לעוגות גדול יותר מנפח הבצק לחלות.

בשעה 10:00 היה הנפח של שני סוגי הבצק זהה.

גרפים I–II בסרטוט שלפניכם מתארים את הנפח של כל אחד מסוגי הבצק, לפי השעה.



א. איזה מן הגרפים, גרף I או גרף II , מתאר את נפח הבצק לחלות?

ב. על פי הגרף, מה היה נפח הבצק לחלות בשעה 8:00 ?

נתון כי נפח הבצק לחלות גדל ב־ 20% בכל שעה.

ג. מצאו מה היה נפח הבצק לחלות בשעה 10:00 .

ד. מצאו בכמה אחוזים גדל נפח הבצק לעוגות בכל שעה.

ה. מצאו מה היה נפח הבצק לעוגות בשעה 13:00 .

פתרון מלא

סעיף א

בשעה 8:00 נפח הבצק לעוגות היה **גדול** מנפח הבצק לחלות. לכן הגרף של בצק החלות הוא הגרף שמתחיל נמוך יותר על ציר ה־y – גרף I (מתחיל ב־5,000, ואילו גרף II מתחיל ב־6,170).

תשובה: גרף I

סעיף ב

קוראים מהגרף: גרף I חותך את ציר הנפח בערך 5,000.

תשובה: 5,000 סמ"ק

סעיף ג

$A_t = A_0 \cdot q^t$ עם $A_0 = 5000$, וגידול של 20% בכל שעה:

$$q = \frac{100 + 20}{100} = 1.2$$

מ־8:00 עד 10:00 עברו $t = 2$ שעות:

$$A_2 = 5000 \cdot 1.2^2$$
$$= 5000 \cdot 1.44 = 7200$$

תשובה: 7,200 סמ"ק

סעיף ד

בשעה 10:00 הנפח של שני סוגי הבצק זהה, ולכן גם נפח הבצק לעוגות היה 7,200 סמ"ק. בשעה 8:00 הוא היה 6,170 סמ"ק (גרף II). עברו $t = 2$ שעות:

$$6170 \cdot q^2 = 7200 \quad / : 6170$$
$$q^2 = \frac{7200}{6170}$$
$$\approx 1.1669$$
$$q = \sqrt{1.1669}$$
$$\approx 1.08$$

לפי $q = \frac{100+p}{100}$ מקבלים $p \approx 8$.

תשובה: בערך 8% בכל שעה

סעיף ה

מ־10:00 (נפח 7,200 סמ"ק) עד 13:00 עברו $t = 3$ שעות. עם הערך המדויק של q (לא מעוגל, $q = \sqrt{\frac{7200}{6170}} \approx 1.0802$):

$$A_3 = 7200 \cdot q^3 \approx 9076.2$$

שימו לב: עם $q = 1.08$ המעוגל מקבלים $7200 \cdot 1.08^3 \approx 9069.9$ סמ"ק. ההבדל נובע רק מעיגול q; במפתח של משרד החינוך מופיע 9,076.2.

תשובה: בערך 9,076.2 סמ"ק (עם $q = 1.08$ המעוגל: בערך 9,069.9)

בגרות חורף תשפ"ג (2023) • שאלה 1

1. ב**מפעל א'** ממחזרים בקבוקים.

מספר הבקבוקים שממחזרים במפעל א' גדֵל בכל שנה ב־ 3% .

בשנת 2000 מִחזרו במפעל א' $500{,}000$ בקבוקים.

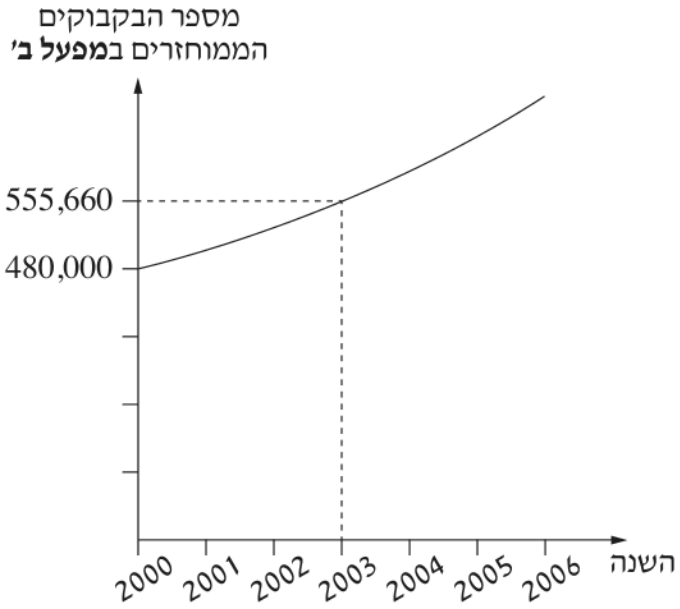
א. כמה בקבוקים מִחזרו במפעל א' בשנת 2006?

גם ב**מפעל ב'** ממחזרים בקבוקים.

מספר הבקבוקים שממחזרים במפעל ב' גדל באחוז קבוע בכל שנה.

לפניכם גרף המתאר את מספר הבקבוקים שמִחזרו במפעל ב', לפי השנים.

היעזרו בגרף, וענו על הסעיפים ב–ד שאחריו.



ב. **(1)** כמה בקבוקים מִחזרו במפעל ב' בשנת 2000?

(2) כמה בקבוקים מִחזרו במפעל ב' בשנת 2003?

ג. בכמה אחוזים גדל מספר הבקבוקים שממחזרים במפעל ב' בכל שנה?

בתחילת שנת 2006 הודיע המשרד להגנת הסביבה כי מפעל שימחזר באותה השנה יותר מ־ $600{,}000$ בקבוקים יקבל מענק.

ד. קבעו בנוגע לכל אחד מן המפעלים א' ו־ב', אם הוא יקבל את המענק. נמקו.

פתרון מלא

סעיף א

מספר הבקבוקים גדל בכל שנה ב־3%, ולכן זו גדילה מעריכית:

$$A_t = A_0 \cdot q^t$$

$$q = \frac{100+3}{100} = 1.03$$

משנת 2000 עד שנת 2006 עברו 6 שנים:

$$A_6 = 500{,}000 \cdot 1.03^6$$
$$\approx 597{,}026$$

תשובה: בערך 597,026 בקבוקים.

סעיף ב (1)

לפי הגרף, בשנת 2000 (נקודת ההתחלה של הגרף) מוחזרו במפעל ב׳ 480,000 בקבוקים.

תשובה: 480,000 בקבוקים.

סעיף ב (2)

לפי הקו המקווקו בגרף, בשנת 2003 מוחזרו במפעל ב׳ 555,660 בקבוקים.

תשובה: 555,660 בקבוקים.

סעיף ג

$A_0 = 480{,}000$, ומשנת 2000 עד 2003 עברו 3 שנים:

$$480{,}000 \cdot q^3 = 555{,}660$$
$$q^3 = \frac{555{,}660}{480{,}000}$$
$$\approx 1.1576$$
$$q = \sqrt[3]{1.1576} \approx 1.05$$
$$\frac{100+p}{100} = 1.05 \Rightarrow p = 5$$

תשובה: 5% בכל שנה.

סעיף ד

מפעל א׳: לפי סעיף א, בשנת 2006 מוחזרו בו בערך 597,026 בקבוקים – פחות מ־600,000, ולכן **לא** יקבל את המענק.

מפעל ב׳: בשנת 2006 (6 שנים אחרי 2000):

$$A_6 = 480{,}000 \cdot 1.05^6$$
$$\approx 643{,}246$$

זה יותר מ־600,000, ולכן מפעל ב׳ **יקבל** את המענק.

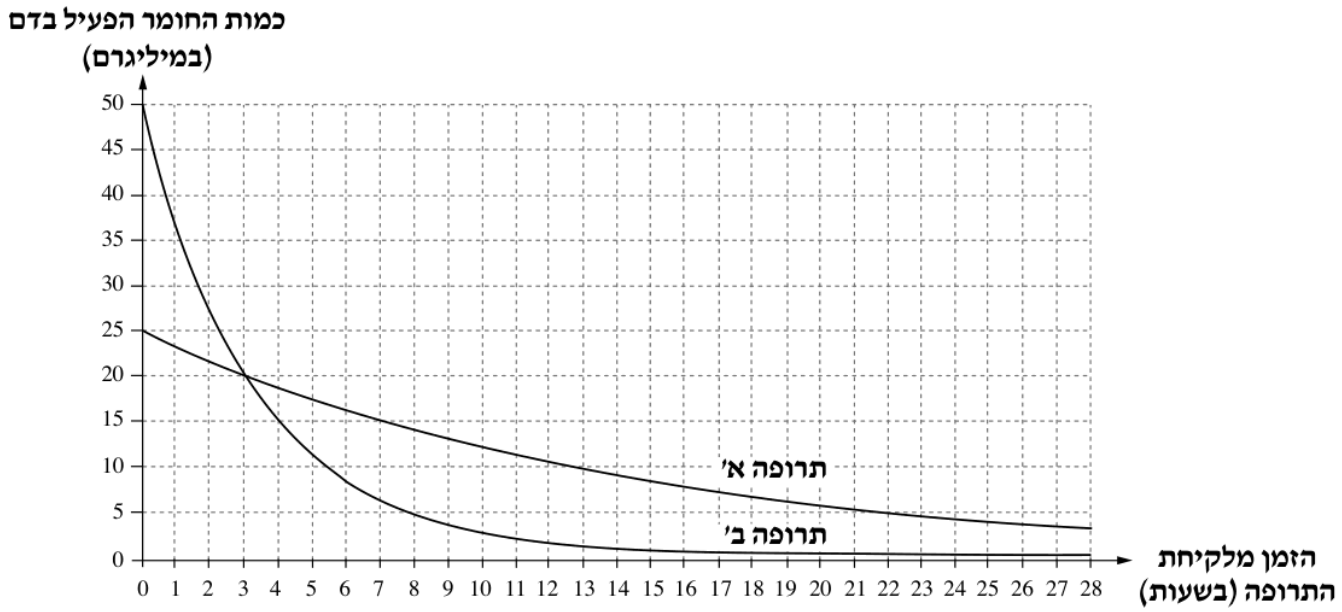
תשובה: מפעל א׳ – לא יקבל (כ־597,026); מפעל ב׳ – יקבל (כ־643,246).

בגרות קיץ תשפ"ב (2022) – מועד ב' • שאלה 1

1. במחקר רפואי בודקים את כמות החומר הפעיל בדם לאחר לקיחה של שתי תרופות: תרופה א' ותרופה ב'.

קצב ההתפרקות בדם של כל אחת מן התרופות הוא מעריכי.

לפניכם גרף המתאר את כמות החומר הפעיל בדם לפי הזמן שעבר מלקיחת כל אחת משתי התרופות.



א. מהי כמות החומר הפעיל בדם ברגע לקיחת כל אחת משתי התרופות?

ב. באיזו משתי התרופות (תרופה א' או תרופה ב') כמות החומר הפעיל בדם קטֵנה מהר יותר?

ג. רופא שמטפל בחולה מסוים מעוניין שבשעה ה־ 6 מרגע לקיחת התרופה יהיו בדמו של החולה יותר מ־ 12 מיליגרם חומר פעיל. איזו משתי התרופות ימליץ לו הרופא לקחת? נמקו.

ד. בשעה 8:00 מטופל א' לקח את תרופה א' ומטופל ב' לקח את תרופה ב'.

(1) באיזו שעה הייתה כמות החומר הפעיל בדמו של מטופל א' שווה לכמות החומר הפעיל בדמו של מטופל ב'?

(2) מה הייתה כמות החומר הפעיל בדם של מטופל א' בשעה שמצאתם בסעיף ד (1)?

ה. מטופל לקח את תרופה א'. בכמה אחוזים קטֵנה כמות החומר הפעיל בדמו בכל שעה?

פתרון מלא

סעיף א

ברגע לקיחת התרופה הזמן הוא $t = 0$, כלומר נקרא בגרף את נקודות החיתוך עם הציר האנכי:

תרופה א': 25 מיליגרם.

תרופה ב': 50 מיליגרם.

תשובה: תרופה א': 25 מיליגרם; תרופה ב': 50 מיליגרם

סעיף ב

בשתי התרופות כמות החומר הפעיל מגיעה ל־20 מיליגרם אחרי 3 שעות:

בתרופה א' הכמות ירדה מ־25 ל־20 – פי $\frac{20}{25} = 0.8$.

בתרופה ב' הכמות ירדה מ־50 ל־20 – פי $\frac{20}{50} = 0.4$.

בתרופה ב׳ הכמות קטנה לחלק קטן יותר באותו זמן (וגם הגרף שלה יורד בתלילות רבה יותר), ולכן בתרופה ב׳ כמות החומר הפעיל קטֵנה מהר יותר.

תשובה: תרופה ב׳

סעיף ג

נקרא בגרף את כמות החומר הפעיל 6 שעות אחרי לקיחת התרופה:

תרופה א׳: כ־16 מיליגרם – יותר מ־12.

תרופה ב׳: כ־8 מיליגרם – פחות מ־12.

(בדיקה בחישוב: בכל 3 שעות הכמות מוכפלת ב־0.8 בתרופה א׳ וב־0.4 בתרופה ב׳.)

$$25 \cdot 0.8^2 = 16$$

$$50 \cdot 0.4^2 = 8$$

לכן הרופא ימליץ על תרופה א׳.

תשובה: תרופה א׳

סעיף ד (1)

שני המטופלים לקחו את התרופות באותה שעה, ולכן הכמויות שוות בנקודת החיתוך של שני הגרפים.

לפי הגרף הגרפים נחתכים 3 שעות אחרי לקיחת התרופה:

$$8{:}00 + 3 = 11{:}00$$

בשעה 11:00 הכמויות היו שוות.

תשובה: בשעה 11:00

סעיף ד (2)

בנקודת החיתוך של הגרפים ($t = 3$) כמות החומר הפעיל היא 20 מיליגרם.

בשעה 11:00 היו בדמו של מטופל א׳ 20 מיליגרם חומר פעיל.

תשובה: 20 מיליגרם

סעיף ה

לפי הנוסחה מהנוסחאון:

$$A_t = A_0 \cdot q^t$$

בתרופה א׳: $A_0 = 25$, ואחרי 3 שעות $A_3 = 20$:

$$25 \cdot q^3 = 20$$

$$q^3 = \frac{20}{25} = 0.8$$

$$q = \sqrt[3]{0.8}$$

$$\approx 0.9283$$

מכיוון ש־$q = \frac{100-p}{100}$:

$$\frac{100 - p}{100} = 0.9283$$

$$100 - p = 92.83$$

$$p \approx 7.17$$

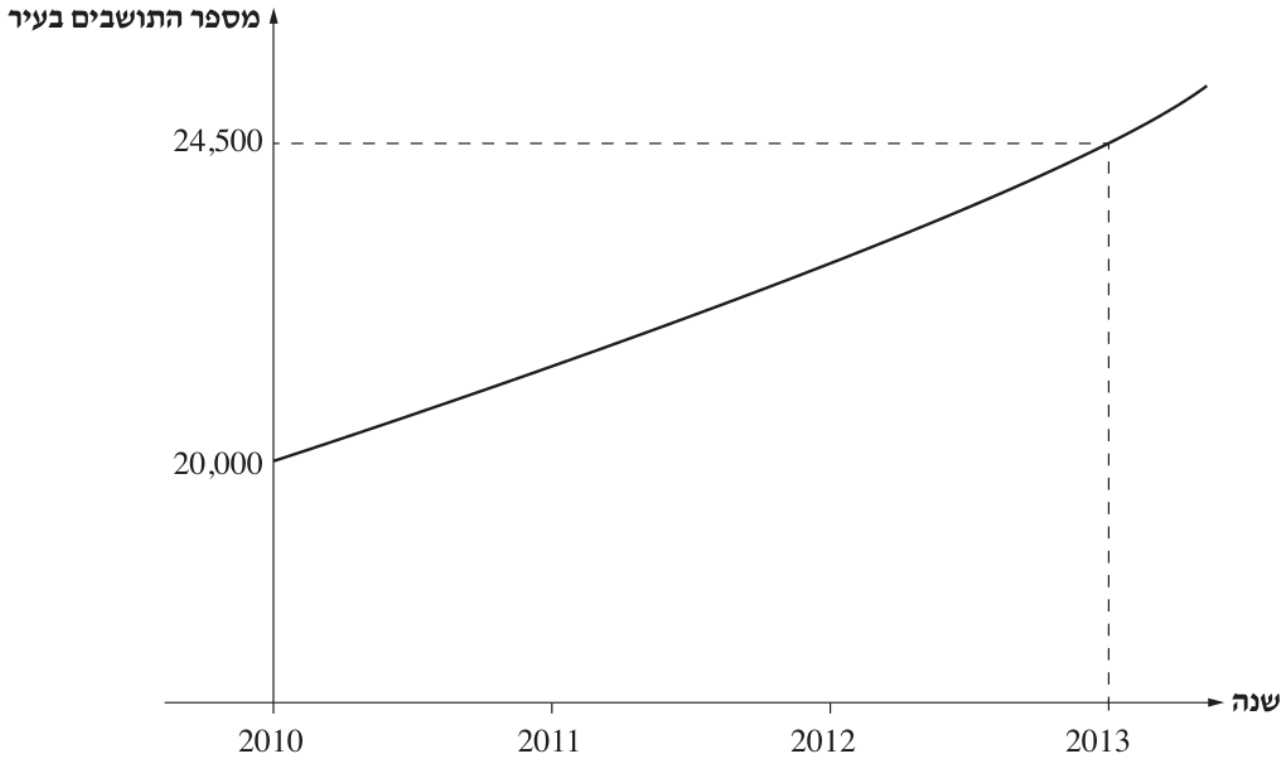
כמות החומר הפעיל קטֵנה בכ־7.17% בכל שעה.

תשובה: בכ־7.17% בכל שעה

בגרות קיץ תשפ״ב (2022) – מועד א׳ • שאלה 1

1. מספר התושבים בעיר מסוימת גָּדֵל באופן מעריכי.

הגרף שלפניכם מתאר את מספר התושבים בעיר מתחילת שנת 2010.



א. מה היה מספר התושבים בעיר בתחילת שנת 2010, ומה היה מספרם בתחילת שנת 2013?

ב. פי כמה גָּדֵל מספר התושבים בעיר מדי שנה?

ג. בהנחה שקצב הגידול הוא קבוע, מה היה מספר התושבים בעיר בתחילת שנת 2015?

ד. בהנחה שקצב הגידול הוא קבוע, מה היה מספר התושבים בעיר בתחילת שנת 2008?

פתרון מלא

סעיף א

לפי הגרף: בתחילת שנת 2010 היו בעיר 20,000 תושבים, ובתחילת שנת 2013 היו בה 24,500 תושבים.

תשובה: בתחילת 2010: 20,000 תושבים; בתחילת 2013: 24,500 תושבים.

סעיף ב

הגדילה מעריכית, ולכן לפי הנוסחה $A_t = A_0 \cdot q^t$, כאשר q הוא הגורם שבו מספר התושבים גדל מדי שנה. מתחילת 2010 עד תחילת 2013 עברו 3 שנים:

$$20{,}000 \cdot q^3 = 24{,}500$$

$$q^3 = \frac{24{,}500}{20{,}000}$$

$$= 1.225$$

$$q = \sqrt[3]{1.225} \approx 1.07$$

תשובה: פי 1.07 בכל שנה (גידול של 7%).

סעיף ג

מתחילת 2010 עד תחילת 2015 עברו 5 שנים, ולכן $t = 5$:

$$A_5 = 20{,}000 \cdot 1.07^5$$
$$\approx 28{,}051$$

תשובה: בערך 28,051 תושבים.

סעיף ד

נסמן ב־A_0 את מספר התושבים בתחילת שנת 2008. מתחילת 2008 עד תחילת 2010 עברו שנתיים, ובתחילת 2010 היו 20,000 תושבים:

$$A_0 \cdot 1.07^2 = 20{,}000$$
$$A_0 = \frac{20{,}000}{1.07^2}$$
$$= \frac{20{,}000}{1.1449}$$
$$\approx 17{,}469$$

בתחילת שנת 2008 היו בעיר בערך 17,469 תושבים.

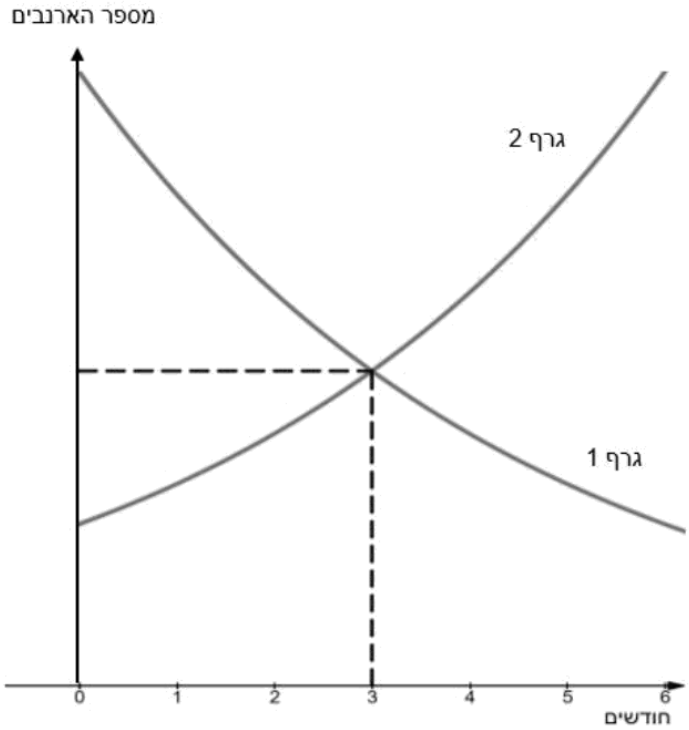
תשובה: בערך 17,469 תושבים.

בגרות חורף נבצרים תשפ"ב (2022) • שאלה 1





1. בשמורת טבע א' היו בתחילת השנה 512 ארנבים.
בכל חודש גדלה אוכלוסיית הארנבים בשמורה זו ב- 25%.
בשמורת טבע ב' היו בתחילת השנה 1,953 ארנבים.
בגלל מחלה שפגעה בארנבים, התמעטה אוכלוסיית הארנבים בשמורה זו מדי חודש בצורה מעריכית.
היעזר בגרפים שלפניך וענה על הסעיפים הבאים.



א. איזה מבין הגרפים 1 או 2 מתאים לשמורת טבע א' ואיזה לשמורת טבע ב'? נמק.

ב. (1) כעבור כמה חודשים מיום המדידה הראשון היו בשתי שמורות הטבע אותו מספר ארנבים?
(2) כמה ארנבים היו בכל אחת משמורות הטבע בחודש זה?

ג. בכמה אחוזים קטנה כמות אוכלוסיית הארנבים בשמורת טבע ב' מדי חודש?

ד. כדי לאפשר לאוכלוסיית הארנבים בשמורת טבע ב' להתאושש הוחלט להעביר ארנבים משמורת טבע א' לשמורת טבע ב'.
ההעברה התחילה לאחר שבשמורת טבע א' היו יותר מ- 1,500 ארנבים.
(1) כעבור כמה חודשים מיום המדידה הראשון החלו בהעברת הארנבים?
(2) כמה ארנבים בערך היו בחודש זה בשמורת טבע ב' לפני ההעברה?

פתרון מלא

סעיף א

בשמורה א' האוכלוסייה **גדלה** כל חודש (ב־25%), ולכן הגרף שלה עולה – גרף 2. הוא גם מתחיל נמוך יותר (512 ארנבים).

בשמורה ב' האוכלוסייה **קטנה** כל חודש, ולכן הגרף שלה יורד – גרף 1. הוא מתחיל גבוה יותר (1,953 ארנבים).

תשובה: גרף 2 – שמורה א' (עולה); גרף 1 – שמורה ב' (יורד).

סעיף ב (1)

מספר הארנבים שווה בנקודת החיתוך של שני הגרפים. לפי הקו המקווקו, החיתוך הוא ב־3 חודשים.

תשובה: כעבור 3 חודשים.

סעיף ב (2)

נחשב לפי שמורה א' (גדילה ב־25%, כלומר מכפילים ב־$q = 1.25$ כל חודש), אחרי 3 חודשים:

$$512 \cdot 1.25^3 = 512 \cdot 1.953125$$

$$= 1{,}000$$

בנקודת החיתוך מספר הארנבים שווה, ולכן גם בשמורה ב' היו 1,000 ארנבים.

תשובה: 1,000 ארנבים בכל שמורה.

סעיף ג

בשמורה ב': 1,953 ארנבים בהתחלה, ואחרי 3 חודשים 1,000 ארנבים. נסמן את גורם הדעיכה ב־q:

$$1{,}953 \cdot q^3 = 1{,}000$$

$$q^3 = \frac{1{,}000}{1{,}953}$$

$$\approx 0.512$$

$$q = \sqrt[3]{0.512} = 0.8$$

בכל חודש נשארים 80% מהארנבים, כלומר האוכלוסייה קטנה ב־$100\% - 80\% = 20\%$.

תשובה: ב־20% מדי חודש.

סעיף ד (1)

מספר הארנבים בשמורה א' (עלייה של 25% בכל חודש):

$$A_t = 512 \cdot 1.25^t$$

נחפש מתי מספר הארנבים עולה על 1,500.

נמצא את t בדרך של ניסוי וטעייה: נציב בנוסחה כמה ערכים של t ונרשום כל חישוב.

t	הצבה בנוסחה	A_t
3	$512 \cdot 1.25^3$	$1{,}000$
4	$512 \cdot 1.25^4$	$1{,}250$
5	$512 \cdot 1.25^5$	$1{,}562.5$

אחרי 4 חודשים יש 1,250 ארנבים – פחות מ־1,500. אחרי 5 חודשים יש 1,562.5 – יותר מ־1,500.

מסקנה: מספר הארנבים בשמורה א' יעלה על 1,500 כעבור 5 חודשים.

שימו לב: לפי תוכנית הלימודים של משרד החינוך, את t מוצאים בניסוי וטעייה עם פירוט החישוב – מציבים כמה ערכים של t ורושמים כל תוצאה. תשובה בלי פירוט ההצבות עלולה להיחשב ניחוש.

תשובה: כעבור 5 חודשים.

סעיף ד (2)

בשמורה ב' אחרי 5 חודשים ($q = 0.8$):

$$1{,}953 \cdot 0.8^5 = 1{,}953 \cdot 0.32768$$

$$\approx 639.96 \approx 640$$

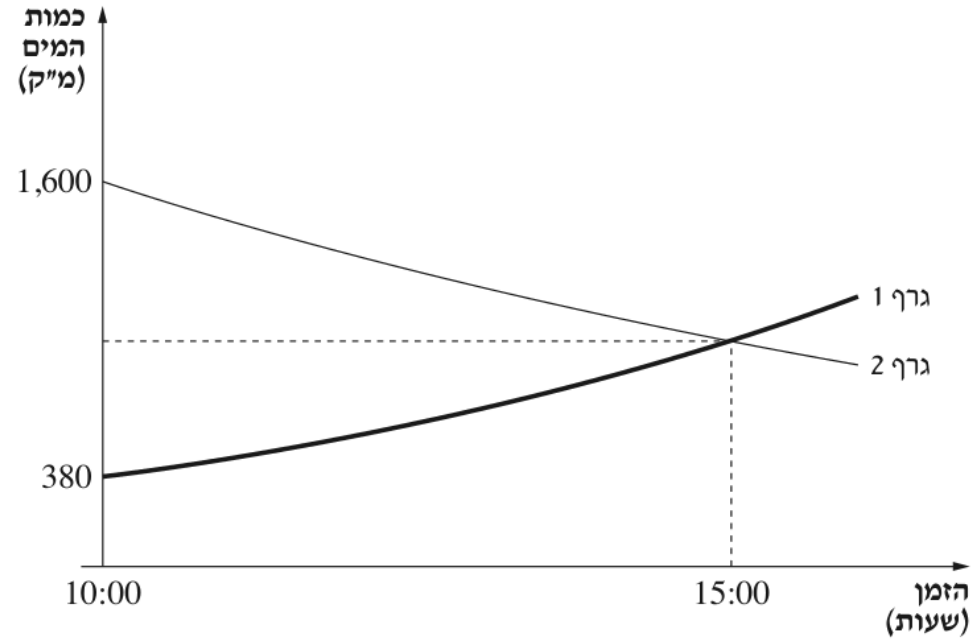
תשובה: בערך 640 ארנבים.

בגרות חורף תשפ״ב (2022) • שאלה 1

בקיבוץ יש שתי בריכות שחייה: בריכת מבוגרים ובריכת ילדים.

ביום מסוים החליטו לרוקן את בריכת המבוגרים ולמלא את בריכת הילדים.

לפניך גרף 1 וגרף 2: כל אחד מהם מתאר את כמות המים שהייתה באחת מן הבריכות מן השעה 10:00 עד לשעה 16:00 .



א. קבע איזה גרף מתאר את כמות המים בבריכת המבוגרים ואיזה גרף מתאר את כמות המים בבריכת הילדים.

ב. מה הייתה כמות המים בכל אחת מן הבריכות בשעה 10:00 ?

כמות המים בבריכת המבוגרים קָטְנָה בצורה מעריכית. בכל שעה קָטְנָה כמות המים ב־10% .

ג. חשב מה הייתה כמות המים בבריכת המבוגרים בשעה 15:00 .

נתון: בשעה 15:00 כמות המים בשתי הבריכות הייתה שווה.

כמות המים בבריכת הילדים גדלה בצורה מעריכית.

ד. מצא פי כמה גדלה כמות המים בבריכת הילדים בכל שעה.

פתרון מלא

סעיף א

את בריכת המבוגרים מרוקנים, ולכן כמות המים בה **קטנה** – הגרף היורד, גרף 2.
את בריכת הילדים ממלאים, ולכן כמות המים בה **גדלה** – הגרף העולה, גרף 1.
תשובה: בריכת המבוגרים: גרף 2; בריכת הילדים: גרף 1.

סעיף ב

קוראים מהגרף את נקודות החיתוך עם ציר ה־y (השעה 10:00):

- בריכת המבוגרים (גרף 2): 1,600 מ״ק.
- בריכת הילדים (גרף 1): 380 מ״ק.

תשובה: בריכת המבוגרים: 1,600 מ״ק; בריכת הילדים: 380 מ״ק.

סעיף ג

$A_t = A_0 \cdot q^t$ עם $A_0 = 1600$, וירידה של 10% בכל שעה:

$$q = \frac{100 - 10}{100} = 0.9$$

מ־10:00 עד 15:00 עברו $t = 5$ שעות:

$$A_5 = 1600 \cdot 0.9^5$$
$$= 944.784$$

תשובה: 944.784 מ"ק

סעיף ד

בשעה 15:00 הכמות בשתי הבריכות שווה, ולכן גם בבריכת הילדים היו 944.784 מ"ק. בשעה 10:00 היו בה 380 מ"ק, ועברו $t = 5$ שעות:

$$380 \cdot q^5 = 944.784 \quad / : 380$$
$$q^5 \approx 2.4863$$
$$q = \sqrt[5]{2.4863} \approx 1.2$$

תשובה: פי 1.2 (בקירוב) בכל שעה

הפתרונות נכתבו בעזרת בינה מלאכותית ונבדקו, אך ייתכנו טעויות – ללא אחריות. מומלץ להשוות לפתרון הרשמי.